ALINE HELOISA SILVA VILLELA

A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): UM DISCURSO DAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE ENSINO

POUSO ALEGRE – MG
2017

ALINE HELOISA SILVA VILLELA

A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): UM DISCURSO DAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE ENSINO.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciências da Linguagem (PPGCL) para a obtenção do Título de Mestre em Ciências da Linguagem.

Área de Concentração: Linguagem e Sociedade
Linha de Pesquisa: Análise de Discurso

Orientadora: Profa. Dra. Luciana Nogueira

POUSO ALEGRE – MG
2017

Villela, Aline Heloisa Silva

A Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): Um Discurso das Políticas Públicas de Ensino/ Aline Heloisa Silva Villela – Pouso Alegre, Univás: 2017.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Luciana Nogueira

104 f

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale do Sapucaí, Univás, Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem, 2017.

1. Análise de Discurso. 2. OBMEP 3. Interpretação 4. Matemática 5. Políticas Públicas de Ensino CDD 410

UNIVÁS
UNIVERSIDADE DO VALE DO SAPUCAÍ

PRÓ-REITORIA DE
PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

Certificamos que a dissertação intitulada **"A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): UM DISCURSO DAS POLÍTICAS PÚBLICAS DE ENSINO"** foi defendida em 7 de dezembro de 2017, por **ALINE HELOISA SILVA VILLELA**, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem, nível Mestrado, sob o Registro Acadêmico nº 68000017, e aprovado pela Banca Examinadora composta por:

Luciana Nogueira

Profa. Dra. Luciana Nogueira
Universidade do Vale do Sapucaí - UNIVÁS
Orientadora

Claudia R. C. Pfeiffer

Profa. Dra. Claudia Regina Castellanos Pfeiffer
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Examinadora

DMassmann

Profa. Dra. Débora Raquel Hettwer Massmann
Universidade do Vale do Sapucaí - UNIVÁS
Examinadora

DOCUMENTO VÁLIDO SOMENTE SE NO ORIGINAL

Pró-reitoria de Pós-graduação e Pesquisa (PROPPES)
Av. Pref. Tuany Toledo, 470 – Fátima I – Pouso Alegre/MG – CEP: 37554-210 – Fone: (35) 3449-9231

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças para conseguir terminar este trabalho e principalmente nos momentos difíceis estar sempre ao meu lado.

À minha orientadora, Luciana Nogueira, pela motivação, pelo aprendizado, pelo carinho ao entender minhas dificuldades e pelos livros, artigos, textos que muito me ajudaram neste percurso.

À minha mãe em especial, que sempre me incentivou a continuar, que infelizmente não pode estar presente para me ver finalizar este trabalho.

Ao meu pai, pelo amor, afeto e carinho ao longo de todos estes anos.

Ao meu irmão, minha cunhada e meus lindos sobrinhos que são motivo de muita alegria e amor.

Ao meu namorado, amigo, marido Octavio, que sempre está ao meu lado na alegria e na tristeza, meu porto seguro.

Aos meus colegas estudantes do programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem, pelo companheirismo, trocas de saberes e risadas, amizade, parceria nas dificuldades.

À professora Joelma, que me incentivou a entrar no mestrado e a ex-professora Tia Mirian pelo apoio, livros emprestados, conversas trocadas.

Às professoras do Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem, Eni, Ana Cláudia, Eduardo, Carolina, Juciele, pelo ensino, pelas palavras, pelos textos, seminários e aulas que contribuíram para meu enriquecimento como pesquisadora e como pessoa.

Agradecimento especial às professoras Débora e Juliana que aceitaram compor minha banca de qualificação e contribuíram para a melhoria da pesquisa.

Agradeço ao excelente trabalho da secretaria da pós-graduação *stricto senso* e aos funcionários da biblioteca, que por uma grande coincidência foram todos meus alunos.

Agradeço às professoras Claudia Castellanos Pfeiffer e Débora Massmann pela pronta aceitação para compor a banca de defesa.

Agradeço à diretora Carol e vice-diretora Débora da E.E. Dr. José Marques de Oliveira que me ajudaram com as avaliações da OBMEP, por me apoiarem e pela amizade.

“Aquele que toma a realidade e faz um sonho é um artista.

Também será artista aquele que do sonho faz a realidade”.

Malba Tahan[1]

[1] Retomamos esta citação a partir da avaliação da OBMEP, do ano de 2005. Trata-se de uma homenagem dos organizadores ao escritor e matemático Malba Tahan. Fonte: Site oficial da OBMEP

RESUMO

VILLELA, A.H.S. A Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): Um Discurso das Políticas Públicas de Ensino. 2017. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale do Sapucaí, Pouso Alegre, 2017.

Este trabalho realiza-se a partir da teoria da Análise de Discurso, que tem como seu fundador Michel Pêcheux e também a partir dos trabalhos desenvolvidos por Eni Orlandi no Brasil. Considerando que as questões da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) são também questões de linguagem, de modo que o discurso e a interpretação estão funcionando aí, buscamos a compreensão dos efeitos de sentidos produzidos pelas questões das provas da OBMEP. Desse modo, este trabalho de pesquisa se dedica também a uma reflexão sobre as políticas públicas de ensino no Brasil, já que a OBMEP pode ser considerada dentro desse escopo de políticas públicas. Para isso, analisamos o modo como certas questões, presentes na discursividade em funcionamento na OBMEP, estão em relação com discursos presentes em outros lugares, como os documentos oficiais que funcionam como diretrizes para a Educação no Brasil, tais como: a LDB, os PCNs e especificamente, no Estado de Minas Gerais, os CBCs. Por fim, apresentamos nesta dissertação análises discursivas sobre as questões da primeira fase da OBMEP, considerando os anos de 2005, 2010 e 2015, a fim de verificar suas regularidades e, neste sentido, as possíveis configurações de formações discursivas que podem estar presentes nessa prática discursiva.

Palavras-chave: 1. Análise de Discurso; 2. OBMEP; 3. Interpretação; 4. Matemática; 5. Políticas Públicas de Ensino.

ABSTRACT

VILLELA, A.H.S. The Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools (OBMEP): A Discourse on Public Education Policies. 2017. 104 p. Dissertation (Master's) – Vale do Sapucaí University, Pouso Alegre, 2017.

This work is based on the theory of Discourse Analysis, which has as its founder Michel Pêcheux, and also from the works developed by Eni Orlandi in Brazil. Considering that the OBMEP (Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools) questions are also questions of language, so that discourse and interpretation are working there, we seek to understand the effects of the senses produced by the OBMEP test questions. Thus, this research work is also dedicated to a reflection on public education policies in Brazil, since the OBMEP can be considered within this scope of public policies. In order to do this, we analyze how certain questions presented in the discursiveness in operation in the OBMEP are related to discourses present in other places, such as the official documents that act as directives for Education in Brazil, such as LDB, PCNs and specifically, in the State of Minas Gerais, the CBCs. Finally, we present in this dissertation, discursive analyzes about the questions of the first phase of OBMEP, considering the years 2005, 2010 and 2015, in order to verify its regularities and, in this sense, the possible configurations of discursive formations that may be present in this discourse practice.

Keywords: 1. Discourse Analysis; 2. OBMEP; 3. Interpretation; 4. Mathematics; 5. Public Education Policies.

Sumário

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

Introdução

> “Não quero ter a terrível limitação de quem vive apenas do que é possível fazer sentido.
> Eu não: quero é uma verdade inventada”.
>
> Clarice Lispector[2]

O presente estudo está fortemente relacionado com o fato de eu atuar como professora de matemática em uma escola pública de Minas Gerais desde 2000. Em 2004, a diretora da escola apresentou a proposta de participarmos da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP e, ainda que outros professores não tenham aceitado participar desse processo, resolvi aceitar o desafio, por acreditar na capacidade dos meus alunos. Há 12 anos sou a professora responsável pela OBMEP na escola em que leciono matemática, tendo que organizar todo o processo da aplicação, correção e envio dos gabaritos das provas para a OBMEP. Nesse sentido, meu interesse inicial pelo objeto de pesquisa se deve ao fato de eu trabalhar diretamente com a olimpíada e, em consequência disso, ter questões específicas a respeito desse processo, as quais busco investigar por meio de uma pesquisa nas ciências da linguagem, especificamente através de uma análise discursiva, uma vez que as questões da OBMEP são questões de linguagem, considerando aí o discurso e a interpretação. Desse modo, espero poder contribuir para a compreensão dos efeitos de sentidos produzidos pelas questões das provas da OBMEP.

A OBMEP é uma olimpíada realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA[3]. Segundo o site oficial da OBMEP[4], a olimpíada: “tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área”. Nas provas que compõem a Olimpíada, temos questões das mais variadas áreas da matemática, tais como: geometria, álgebra, lógica matemática e outras.

A olimpíada é dividida em três níveis, do seguinte modo: os alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental realizam as avaliações do nível 1; os alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental realizam as avaliações do nível 2 e os alunos do ensino médio as

---

[2] Esta frase foi retirada da avaliação da segunda fase (Nível 3) da OBMEP. Trata-se de uma homenagem dos organizadores da OBMEP à escritora Clarice Lispector. (2006). Fonte: Site oficial da OBMEP.

[3] O IMPA é uma instituição de pesquisa de renome internacional em Matemática e suas aplicações. Tem papel de vanguarda no Brasil e na América Latina por sua excelência em pesquisa e formação de jovens cientistas, bem como pela difusão da Matemática. Disponível em:< https://impa.br/pesquisa/> Aceso em: 10 jan 2018

[4] Site oficial da OBMEP. Disponível em: http://www.obmep.org.br/ Acesso em 20 mai 2016.

avaliações do nível 3. O que me chamou a atenção, desde o primeiro momento, foi perceber que alunos de diversas etapas escolares realizam *questões em comum*. Desse modo, uma primeira questão que se coloca é: Que tipo de questões podem ser igualmente resolvidas por alunos de seriações diferentes? E que sentidos são produzidos aí para esses sujeitos que constituem o público-alvo dessas avaliações? Para responder a essas questões, outras se colocam, pois nos parece muito interessante observar que tipo de avaliação é essa? Como se dá o seu funcionamento? Quais são seus efeitos nas práticas de ensino?

Nas provas propostas pela OBMEP, são apresentadas questões de matemática contextualizadas e prioriza-se a *resolução de problemas*. Isto se relaciona diretamente com a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) que temos no Brasil e, no caso de Minas Gerais, com a Proposta Curricular chamada de CBC (Conteúdos Básicos Comuns) de Matemática, apresentada pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática são diretrizes norteadoras elaboradas para orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina do ensino fundamental e médio. Os PCNs têm sofrido modificações a fim de melhorar, segundo o governo, o processo de ensino-aprendizagem, conforme podemos concluir a partir da leitura dos mesmos. Atualmente, no ensino de matemática, podemos perceber uma grande preocupação com a *contextualização.*

Os Conteúdos Básicos Comuns (CBCs) foram apresentados, em Minas Gerais, em 2005, a fim de complementar e exemplificar alguns princípios dos PCNs. Podemos notar, nos textos dos CBCs, a preocupação específica com a *contextualização* e com a *resolução de problemas*, como também é destacado nos PCNs.

A OBMEP visa desenvolver no aluno questões de raciocínio lógico matemático e não somente questões teóricas de matemática, pensando-as num sentido mais amplo que não se restringe ao logicismo. Posto isso, a partir do que se enuncia pela posição da própria OBMEP, fala-se em um “raciocínio matemático” que permite o efeito de sentido de que questões teóricas não demandariam “raciocínio”. E a nossa pergunta é: que memória discursiva essa separação evoca? Procuramos tratar disso no capítulo 1 desta dissertação. Pensando nisso, também, percebo que há uma grande diferença na forma como aprendi matemática da que está sendo ensinada atualmente, pois venho de uma escola tradicional que tratava a matemática somente com fórmulas e resoluções únicas.

Não tínhamos liberdade na resolução dos exercícios. Hoje, então, em minha sala de aula, procuro valorizar o raciocínio, buscando reconhecer e compreender qual o processo de resolução que o aluno utilizou, não me atentando assim somente à resposta objetiva que o aluno apresenta.

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo analisar discursivamente as questões da 1ª fase da OBMEP, a fim de verificar suas regularidades e dispersões e, desse modo, as possíveis configurações de formações discursivas que podem estar presentes nessa prática discursiva. É parte de nosso objetivo geral compreender o funcionamento da constituição do imaginário que se tem do sujeito aluno, que a prova materializa, considerando os efeitos de sentidos aí produzidos, a partir da posição-sujeito aluno. Para que nosso objetivo pudesse ser atingido dividimos o nosso trabalho em três capítulos.

No primeiro capítulo, discorremos a respeito da Análise de Discurso, apresentando alguns conceitos relevantes ao nosso trabalho, tais como: língua e linguagem, discurso e formações discursivas, formações ideológicas e formações imaginárias, interpretação e ideologia. Além disso, fazemos uma introdução à questão das políticas públicas para a educação no Brasil, posto que a OBMEP é uma política pública relacionada à educação e ao ensino.

No segundo capítulo discorremos sobre os documentos oficiais utilizados na educação no Brasil, tomando para análise os seguintes documentos oficiais: a LDB, os PCNs e os CBCs. Para isso, apresentamos alguns pontos que destacamos de cada um deles, além de seu histórico e buscamos compreender quais as regularidades e distinções dos conteúdos curriculares entre ensino fundamental e médio, no sentido de compreender a seguinte questão: Como alunos de seriações diferentes conseguem (ou são levados a) resolver questões iguais/comuns nas avaliações dos três níveis? Qual é o efeito de sentido produzido por estas questões que "qualquer aluno" possa resolver? Ainda neste capítulo tratamos também, teoricamente, da questão em torno da *resolução de problemas* e da *avaliação*.

O terceiro capítulo traz um breve histórico das olímpiadas – dos jogos olímpicos historicamente - e das olímpiadas de matemática. Dando continuidade ao trabalho, nos concentramos na OBMEP nos seguintes pontos: qual é seu objetivo; quem a realiza; como é seu regulamento e outras informações relevantes para a realização das análises discursivas que ora nos propomos a fazer. Finalizamos, então, com as análises das avaliações das questões comuns aos três níveis da OBMEP.

Capítulo 1

ANÁLISE DE DISCURSO: QUESTÕES TEÓRICAS E ELEMENTOS SOBRE O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

> “Liberdade - essa palavra que o sonho humano alimenta: não há ninguém que explique, e ninguém que não entenda”.
>
> Cecília Meireles[5]

Realizamos esta dissertação a partir da teoria da Análise de Discurso (doravante AD), conforme apresentamos na Introdução. Marcar textualmente este lugar teórico do qual nos propomos a tratar as questões aqui postas é, para nós, bastante relevante, já que o desafio lançado de imediato é o deslocamento de posições para esta pesquisadora, que, como apresentei, vem da área da matemática e trabalha cotidianamente com o ensino da matemática. Considerando isto, trataremos de fazer algumas considerações a respeito da relação linguagem, discurso e interpretação e como esses conceitos são trabalhados pela/na Análise de Discurso. Ainda os conceitos de formações imaginárias e pré-construído serão mobilizados em nossas análises, bem como algumas pontuações teóricas acerca da noção de materialidade discursiva, uma vez que nosso material de análise demanda a compreensão teórica desses conceitos.

No sentido de trazer a reflexividade para este trabalho, consideramos importante esses dizeres iniciais sobre as posições ocupadas por esta pesquisadora: professora de matemática; o modo como foi formada; responsável pela aplicação da OBMEP em minha escola de atuação profissional cotidiana. E quanto ao deslocamento que se produz da posição da professora para a posição da pesquisadora, gostaríamos de retomar um texto de Payer (2015) intitulado: “A aula como espaço-tempo de experimentações de língua(gem)”, em que ela discute justamente a questão do professor/pesquisador na relação sujeito/língua(s) no processo de ensino-aprendizagem de língua(gem).

A autora tem como um de seus objetivos reinventar o ensino de língua e ampliar a compreensão do funcionamento da linguagem no ensino. Esta questão do funcionamento da linguagem no ensino nos interessa, pois, o modo como a questão da

[5] Frase retirada da avaliação da segunda fase (nível 3) da OBMEP de 2010, em homenagem à grande escritora Cecília Meireles. Todas as avaliações foram retiradas do site da OBMEP. (OBMEP, 2016)

linguagem funciona na OBMEP é um ponto essencial para compreendermos os efeitos de sentido dos enunciados e das imagens das questões comuns aos três níveis. E um outro fator relevante no trabalho de Payer é compreender o funcionamento das identificações no ensino de língua. A autora, baseada em Pêcheux, afirma que “não há aprendizagem por interação, mas de filiações identificadoras; os objetos dos quais se fala estão inscritos em uma filiação e não são o produto de uma aprendizagem”. (PAYER, 2015, p. 503). Nesse sentido, podemos dizer já num primeiro momento, que o sujeito aluno pode (não) se identificar com a formulação proposta nas avaliações da OBMEP, como pudemos verificar em um estudo feito pelo governo, que é apresentado no tópico 1.2 abaixo, sobre a questão da língua(gem).

1.1 A Análise de Discurso

A Análise de Discurso se constitui em um momento de busca crescente pelo estudo da linguagem pelas várias áreas do conhecimento, tais como: a linguística, a antropologia, a sociologia, a filosofia, a psicologia, dentre outras. Os pesquisadores procuram entender o processo de construção de sentidos em situações reais de prática de linguagem, a relação entre a linguagem e o momento social/político/histórico. No final dos anos sessenta, Michel Pêcheux, filosofo francês, institui a Análise de Discurso francesa, tomando o discurso como seu objeto próprio. (ORLANDI, 2015).

Pêcheux (1995) pensa o discurso como fazendo parte de um feixe de relações, o discurso é o lugar onde se entrelaçam a língua, a história e o sujeito. Apesar de a língua ser a “mesma” para os sujeitos, o discurso não o é. Ou seja, “a língua se apresenta, assim, como a base comum de processos discursivos diferenciados (...)” (PÊCHEUX, 1995, p. 91). O autor afirma que o “objetivo da AD é compreender como um texto funciona, como ele produz sentidos, sendo ele concebido enquanto objeto linguístico-histórico”. (PÊCHEUX apud ORLANDI, 2012, p. 56). No Brasil, Eni Orlandi foi a precursora da AD, no final dos anos 1970, sendo hoje referência no Brasil e no Mundo em Análise de Discurso.

1.2 A Língua(gem)

Gostaríamos de iniciar esta discussão em torno da relação língua-linguagem a partir de uma busca que realizamos de modo bem inicial em sites, dicionários e nos

Parâmetros Curriculares Nacionais de Português sobre a definição do que seja “linguagem”. Nosso propósito com isso é verificar as possíveis regularidades nos sentidos encontradas em relação à definição de *linguagem*. Selecionamos algumas dessas definições para apresentação e análise:

PCNs de Português[6]	Site: “Só Português”[7]	Dicionário Houaiss[8]
A linguagem é uma forma de ação interindividual orientada por uma finalidade específica; um processo de interlocução que se realiza nas práticas sociais existentes nos diferentes grupos de uma sociedade, nos distintos momentos da sua história.	É a capacidade que possuímos de expressar nossos pensamentos, ideias, opiniões e sentimentos. A Linguagem está relacionada a fenômenos comunicativos; onde há comunicação, há linguagem.	[...] qualquer meio sistemático de comunicar ideias ou sentimentos através de signos convencionais, sonoros, gráficos, gestuais etc.

Tabela 1 - Definições de linguagem

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Para colocar em diálogo com as definições do quadro acima, trazemos ainda a definição de Fajardo (2011, p. 2), professor de matemática, para quem a linguagem é “uma forma de comunicação que se utiliza de símbolos, que podem ser visuais ou sonoros”.

Percebemos que há uma regularidade em definir a linguagem como uma forma de comunicação, o que coloca essas definições numa determinada teoria da linguagem (seja a pragmática, seja a funcionalista, etc.) que não é a que trabalhamos. Em nossa perspectiva, a linguagem não é concebida como “instrumento de comunicação”. Para o analista de discurso, a linguagem é mais que uma forma de comunicação. Segundo

[6] PCNs – Português. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro02.pdf> Acesso em: 20 jun2016.
[7] Site “Só Português”. Disponível em: <http://www.soportugues.com.br/secoes/seman/seman1.php> Acesso em: 20 jun 2016.
[8] Dicionário Houaiss. Disponível em: <https://houaiss.uol.com.br/pub/apps/www/v3-2/html/index.php#1> Acesso em: 19 jun 2016.

Orlandi (2015, p. 15) “a linguagem não é transparente”, pois o sentido não é único, o que vem a convergir com a afirmação de Silveira (2011) de que a linguagem do aluno é polissêmica.

Orlandi (2015, p. 20), seguindo as elaborações de Pêcheux ([1975] 1995), afirma também que: “A linguagem serve para comunicar e para não comunicar. As relações de linguagem são relações de sujeitos e sentidos e seus efeitos são múltiplos e variados. Daí a definição de discurso: “o discurso é efeito de sentidos entre locutores”. (ORLANDI, 2015, p. 20). Pêcheux (1975 apud ORLANDI 2015, p. 15) afirma que “não há discurso sem sujeito e não há sujeito sem ideologia: o indivíduo é interpelado em sujeito pela ideologia e é assim que a língua faz sentido”.

Na AD a língua não é somente um sistema de signos (que são associações entre significante-imagem acústica e significado-conceito), isto é, um conjunto de estruturas que se organizam para criar um todo, como definido por Saussure. Ferdinand de Saussure é um linguista e um filosofo suíço, considerado o pai da linguística moderna. O que Saussure chamou de sistema, a organização interna da língua, seus sucessores chamaram de estrutura, noção com que procuram valorizar a ideia de que cada elemento da língua adquire um valor na medida em que se relaciona com o todo de que faz parte. (ORLANDI, 2009).

Na perspectiva da AD, temos uma concepção de língua que é diferente, embora reconheça certa autonomia da língua (autonomia relativa). Nesse sentido, trazemos aqui o que afirma Ferreira (2003, p. 196):

> A língua na Análise do Discurso é tomada em sua forma material enquanto ordem significante capaz de equívoco, de deslize, de falha, ou seja, enquanto sistema sintático intrinsecamente passível de jogo que comporta a inscrição dos efeitos linguísticos materiais na história para produzir sentidos. A passagem de uma forma linguística, tradicionalmente considerada nos estudos da linguagem, para uma forma material, onde não há mais a consideração da dicotomia forma/conteúdo traz algumas consequências de peso.

A língua se inscreve na história, ela produz efeitos de sentido ao se inscrever na história, não há um único sentido. A língua deve fazer sentido enquanto trabalho simbólico. Considerando o que afirma Ferreira (2003), a língua para o analista de discurso é pressuposto para o estudo do discurso, do processo discursivo. E vale dizer, segundo a mesma autora, que é muito importante para os analistas de discurso explicitar a noção de língua tal como ela é formulada na AD, pois isto é fundamental para especificar (de modo singular) a teoria da AD em relação a outras teorias que se nomeiam análise de discurso.

No sentido de trazer algumas das questões com as quais nos deparamos enquanto professores de matemática e que tem uma relação direta com a prática da linguagem no ensino de matemática, apresentamos brevemente alguns dados de um estudo que foi realizado para avaliar as OBMEP, pelo Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE)[9].

O CGEE é uma associação cível sem fins lucrativos e de interesse público. Ele está sob a supervisão do Ministério da Ciência e Tecnologia. A atuação deste centro está concentrada nas áreas de prospecção, avaliação estratégica, informação e difusão do conhecimento. (CGEE, 2011)

Uma das questões relevantes deste estudo foi a questão da linguagem. A missão do CGEE, segundo o próprio documento, é:

> promover e realizar atividades de avaliação de estratégias e de impactos econômicos e sociais das políticas, programas e projetos científicos e tecnológicos, teve como tarefa a realização de uma avaliação de resultados e de impactos de primeira ordem da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) a partir de demanda da Secretaria de Inclusão Social (Secis) do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT). (2011, p. 8)

O estudo em questão foi dividido em três partes e uma delas - realizada por Tatiana P.A. Maranhão, responsável por elaborar uma análise dos resultados dos impactos da OBMEP, a partir de percepções de alunos, professores, gestores, pais e público, coletadas por meio de consulta eletrônica – nos interessa em particular.

A pesquisa de Maranhão aponta os pontos positivos e negativos apresentados pela maioria dos entrevistados em relação à OBMEP (2005/2009). Podemos citar dois pontos positivos que são o interesse e motivação de alunos e professores pela matemática e também o estímulo ao desenvolvimento e melhoria do aluno nessa disciplina. Os responsáveis pela OBMEP, ao analisar os pontos positivos e alguns outros pontos anteriormente analisados das avaliações, fizeram com que eles decidissem pela continuação das aplicações das avaliações como política pública permanente.

[99] O CGEE possui um site informando sua missão e objetivos bem como apresentando os trabalhos científicos realizados sob sua supervisão. O endereço do site é: https://www.cgee.org.br.

A questão da língua portuguesa também apareceu nos pontos positivos como um fortalecimento entre a matemática e o português, sendo o foco em interpretação de textos. Porém, também apareceu nos pontos negativos, conforme CGEE (2011, p. 24):

> devido às dificuldades que certos alunos possuem de interpretar e de compreender o enunciado das questões das provas de matemática. O que merece destaque é o fato de que as questões são consideradas difíceis e ao mesmo tempo são valorizadas como desafiadoras.

Além da dificuldade de interpretação, outros pontos negativos foram elucidados:

> 1. Alto nível de dificuldade da prova, extensa e incompatível com o atual (baixo) nível de conhecimento nas escolas públicas;
> 2. Conteúdo único da prova incompatível com as diferentes séries;
> 3. Incompreensão dos enunciados – interpretação de textos e português em geral – por parte dos alunos, que consideram as questões difíceis;
> 4. Contextualização das situações-problema (nas provas) com enfoque urbano e na Região Sudeste. (CGEE, 2011, p. 10)

O primeiro item apresentado como negativo foi: “dificuldade da prova”. Já existe um efeito de pré-construído de que a prova é difícil e que o nível de conhecimento nas escolas públicas é baixo. Então, se a OBMEP é uma política pública e seu estudo foi realizado por um órgão público, nos perguntamos: Políticas públicas educacionais não deveriam ser tomadas para melhorar o nível de conhecimento nas escolas públicas?

Falamos acima em efeito de pré-construído considerando o interdiscurso, que é a exterioridade constitutiva da linguagem. É o já-dito e esquecido que determina o dizer. Como afirma Orlandi, é “o saber discursivo que torna possível todo dizer e que retorna sob a forma do pré-construído, o já-dito que está na base do dizível, sustentando cada tomada da palavra”. (ORLANDI, 2015, p. 29).

Observando o resultado negativo apresentado no item 2: a questão de conteúdo único para seriações diferentes, com uma maior atenção, já que uma das nossas questões é justamente verificar que efeitos de sentidos são produzidos aos alunos de seriação diferente que realizam a mesma prova, nos pareceu haver aí uma contradição com o discurso do site da OBMEP (2017) que afirma que a diferença de seriação não afeta o resultado das avaliações, pois:

> Os problemas da Olimpíada permitem que a criatividade e a perspicácia compensem a diferença de conhecimento dos conteúdos. É claro que os estudantes das séries iniciais de cada Nível ainda não exploraram suficientemente certos conteúdos, mas a Olimpíada é uma boa oportunidade para que isso ocorra. (2017, p. 1)

De uma forma geral, percebemos, nesse estudo apresentado acima, que há uma dificuldade dos alunos em interpretar e compreender, em termos de linguagem, as avaliações, sendo que para alguns alunos a dificuldade se dá por falta de conhecimento do “conteúdo” apresentado/solicitado e para outros, a dificuldade reside no fato de a linguagem praticada ser regional e não atender as diferenças regionais, considerando-se a diversidade regional dentro do nacional. O aluno pode não se identificar com a formulação utilizada nas questões. No próximo item do trabalho procuramos compreender melhor o que é a interpretação pela perspectiva da AD.

1.3 Interpretação: a centralidade deste conceito discursivo nas questões da OBMEP

A interpretação é parte integrante de qualquer disciplina ou aprendizado. Assim, conforme vimos no estudo realizado pelo CGEE, um dos pontos negativos para a realização da OBMEP é a “falta da interpretação”. Mas afinal o que é interpretar?

Orlandi (2012b) nos diz que há várias formas de interpretação, que há diferentes gestos de interpretação, pois os sentidos são muitos e não se fecham.

Importante ressaltarmos que os sentidos não são aleatórios; o sujeito não realiza uma interpretação qualquer, pois os sujeitos e os sentidos são afetados pela língua e pela história, possibilitando assim diferentes gestos de interpretação.

Na Análise de Discurso, a interpretação tem a ver com a ideologia, pois de acordo com Orlandi (2012b), interpretar não é atribuir sentido, é explicitar como um objeto simbólico produz sentidos. O sujeito, frente ao objeto simbólico, tem necessidade de interpretar, ou seja, tornar possíveis gestos de interpretação. De acordo com a autora, a interpretação possibilita uma observação dos processos de produção dos sentidos e da constituição dos sentidos.

O gesto de interpretação é afetado pela materialidade discursiva em questão e a relação do homem com os sentidos é determinada conforme as diferentes materialidades discursivas, tais como: pintura, imagem, música, escultura, escritura e outras. A linguagem verbal é muito mais valorizada no ambiente escolar, principalmente a linguagem escrita e, considerando isto, os sujeitos, ao pensarem em linguagem, desconsideram, por vezes, as outras materialidades discursivas, que são também linguagem.

As diferentes materialidades discursivas não são indiferentes aos processos de significação aos sujeitos alunos que estão interpretando as questões da OBMEP. Nesse sentido, ao iniciar a análise discursiva das questões da OBMEP, percebemos que todas apresentam um texto introdutório em cada enunciado, porém observamos que há três tipos de formulações: há somente o texto; há o texto e uma imagem ilustrativa; e há o texto e uma imagem que complementa o enunciado, sendo que, neste último caso, não seria possível resolver a questão sem a imagem.

Orlandi (2012b, p. 14) propõe "que se considere o texto, em sua materialidade, como uma 'peça' com suas articulações, todas elas relevantes para a construção do sentido". É interessante observar como a imagem, aliada ao texto, produz sentido, mesmo que seja como na questão que possui uma imagem aparentemente ilustrativa, a imagem que poderia ser retirada do texto que não afetaria sua interpretação.

O sujeito aluno, ao interpretar as questões, se inscreve em uma rede de filiações de sentido na memória. Considerando as determinações da ideologia e da historicidade, podemos perceber, pela prática em sala de aula, as diferentes formulações de respostas a um mesmo problema. Alguns alunos são mais teóricos, sempre utilizando fórmulas, outros utilizam esquemas para explanar a solução encontrada e até mesmo desenhos são apresentados. Estamos nos referindo às questões de *resolução de problemas*, que são amplamente sugeridas pelos PCNs e é o foco das questões da OBMEP.

Os sujeitos alunos decidem em que sentido seguir as suas respostas às questões propostas, traçando assim a direção e isto é o que faz haver diferentes gestos de interpretação, de maneira que "ao significar o sujeito se significa" (ORLANDI , 2012, p. 22).

1.4 Discurso: Formação Discursiva, Formações Imaginárias e Pré-Construído

A Análise de Discurso tem como seu objeto o discurso, porém a língua (considerando a sua autonomia relativa) e a gramática não podem ser excluídas das condições de produção do discurso. Elas importam ao analista de discurso. Etimologicamente a palavra discurso: "tem em si a ideia de curso, de percurso, de correr por, de movimento. O discurso é assim palavra em movimento, prática de linguagem: com o estudo do discurso observa-se o homem falando" (ORLANDI, 2015, p. 13).

Na linguagem cotidiana, pensando num senso comum, e também em certas teorias, discurso pode ser entendido como sendo uma mensagem. A palavra discurso nos remete ao discurso político: ato verbal e oral de se dirigir a um público, normalmente com o sentido de persuadir. Isto é, temos aqui outro sentido possível para a palavra discurso.

Para Ferreira (2003, p. 193):

> O discurso é o objeto que nos permite observar as relações entre ideologia e língua, bem como os efeitos do jogo da língua na história e os efeitos desta na língua. É através do discurso que se vai compreender como um material simbólico produz sentidos e como o sujeito se constitui. Ao situar-se como lugar privilegiado de observação entre a língua, a ideologia e o sujeito, o discurso propicia, como bom observatório, a visualização das propriedades do complexo dispositivo teórico-analítico.

Orlandi (2015, p. 41) afirma que o discurso se constitui em seus sentidos porque aquilo que o sujeito diz se inscreve em uma formação discursiva e não em outra para ter um sentido e não outro. Nesse sentido, as palavras podem ter sentidos diferentes por estarem em formações discursivas diferentes. Em nosso trabalho, temos como exemplo a palavra **olímpiada**, que se refere a uma avaliação de matemática, mas na área de esportes, por exemplo, remete a jogos olímpicos.

A noção de formação discursiva é essencial na Análise de Discurso para compreender o processo de produção dos sentidos, sendo que para a nossa pesquisa é importante para verificar os efeitos de sentido produzidos pelas questões das olímpiadas.

Pêcheux (1995, p. 160) conceitua a formação discursiva como: “aquilo que, numa formação ideológica dada, isto é, a partir de uma posição dada, determinada pelo estado da luta de classes, determina *o que pode e deve ser dito*. ”

O sentido das palavras não está colado nas mesmas, seus sentidos são derivados das formações discursivas em que elas se encontram e pelos sujeitos que as empregam, conforme nos ensina Pêcheux (1995). Os sentidos não estão predeterminados na língua, mas se encontram constituídos nas e pelas formações discursivas, determinadas historicamente.

A nossa sociedade é constituída por relações hierarquizadas de poder, o que faz com que, quando um sujeito fala, ou melhor, a posição em que o sujeito está, fala por ele. Há uma relação de forças, quando um juiz, um padre, um professor fala há um poder maior do que quando um réu ou um fiel ou um aluno falam. Orlandi afirma que “todos esses mecanismos de funcionamento do discurso repousam no que chamamos formações imaginárias”. (2015, p. 38)

A posição que um sujeito se encontra, ou que ele assume (já que não se trata aqui de lugares sociais), faz com que os sujeitos projetem imagens do que será ou é dito. De acordo com Pêcheux (1995, p. 163)

> as palavras, expressões, proposições, etc., mudam de sentido segundo as posições sustentadas por aqueles que as empregam, o que quer dizer que elas adquirem seu sentido em referência a essas posições, isto é, em referência às formulações ideológicas ... nas quais essas posições se inscrevem.

Silveira (2000) realizou uma análise das formulações discursivas dos alunos que falam da dificuldade em aprender matemática, bem como dos fatos históricos que contribuíram para que este pré-construído que diz que “matemática é difícil”. Este pré-construído nos dá a ver uma paráfrase para ele: a de que matemática é para poucos. Como afirma a autora: “A ressignificação do pré-construído é uma interpretação da dificuldade da matemática, mas que mesmo mostrando facetas diferentes, corrobora com a sua manutenção”. (IBIDEM, p. 1)

Em seu artigo intitulado “Matemática é Difícil: Um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos”, Silveira nos mostra alguns recortes discursivos a fim de evidenciar que a matemática é para poucos. Em um primeiro recorte de Tenório (1995)[10], feito por Silveira (2000), trata-se do início da história da matemática, a qual somente a classe dominante tinha acesso a ela. Ele relata um fato histórico no qual os sacerdotes eram os únicos que tinham acesso a cálculos e aparelhos para determinar a presença da chuva que era essencial para a lavoura, naquela época. A autora destaca o fato dos sacerdotes, detentores do poder na época, esconderem as informações para que tivessem mais prestígio junto à comunidade, sendo que este fato comprova o caráter ideológico de que a matemática é para poucos. O caráter ideológico tem a ver com o conjunto de dizeres de que a matemática é exclusiva para algumas pessoas, corroborando para os sentidos de que poucos têm o domínio dessa ciência. Este funcionamento ideológico circula tanto na escola quanto na sociedade, produzindo a “evidência” de que matemática é difícil.

Em um outro recorte de Silveira, a autora relata a história de Pitágoras que ao escolher os filósofos que iriam trabalhar com ele, os fazia passar por tarefas extremamente difíceis, não só mentais como físicas, que novamente vem comprovar a dificuldade da matemática ao longo da história, sustentando assim o pré-construído sobre a dificuldade da matemática.

Alguns professores ainda são constituídos com a mesma intolerância que os alunos que Pitágoras apresentava como seus discípulos, ao dizer sobre a dificuldade dos

---

[10] TENÓRIO, Robinson Moreira. Aprendendo pelas raízes: alguns caminhos da matemática na história. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1995.

alunos em aprender matemática. A matemática nos tempos atuais se difere da matemática de Pitágoras, pois era considerada de caráter religioso e agora é uma disciplina de caráter obrigatório nos currículos escolares. Nesse sentido, nos perguntamos o que podemos compreender dessa transformação histórica do papel da matemática? O que pode estar presente e o que pode ter deslocado?

A autora conclui que:

> a matemática vista por Pitágoras e Platão, tem conotação diferente da matemática vista na escola atual, porém estes contribuíram, de certa forma, para que nos processos de re-significação da matemática, ela seja vista como disciplina reservada a poucos. Pitágoras, portanto, em lugar do deus Dionísio colocou a matemática, e Platão diz que "Deus sempre geometriza"; são indícios dos efeitos do pré-construído manifestado por aqueles que colocam a matemática no pedestal da rainha das ciências. (SILVEIRA, 2000)

O pré-construído está sempre presente, pois o sentido de um discurso vem de um outro sentido que já está pronto, desta forma o discurso do pré-construído não é possível de se localizar. Pêcheux afirma que o "pré construído corresponde ao 'sempre-já-aí' da interpelação ideológica que fornece-impõe a 'realidade' e seu 'sentido' sob a forma da universalidade (o 'mundo das coisas') ". (1995, p. 25)

Um discurso só ganha sentido em uma relação com outros discursos, sendo assim podemos dizer que toda produção discursiva faz circular formulações pré-existentes. Retomamos, assim, Orlandi que afirma que "[...] todo texto é sempre uma unidade complexa; não há texto, não há discurso, que não esteja em relação com os outros, que não forme um intrincado nó de discursividade". (ORLANDI, 2015, p. 89).

Silveira (2000) apresenta vários textos, enunciados, da dificuldade da matemática que circulam na/pela mídia repetindo o pré-construído. Dentre eles: "A eterna dificuldade da matemática", "o mito de que só aprende matemática quem é inteligente" e outros. A autora salienta que, parece, há sempre um eco dizendo que matemática é difícil; há caricaturas relacionando matemática com bicho-papão, bicho de sete cabeças e bicho feio, e que a matemática causa: calafrios, terror, pânico, sempre em um sentido negativo e quando a mídia apresenta os alunos que gostam e sabem matemática, os chamam de gênios, mais uma vez evidenciado a dificuldade da matemática.

Lendo este artigo, a questão histórica da matemática nos faz refletir sobre a influência dos filósofos, outros matemáticos, professores que "pregavam" a dificuldade da matemática, de algum modo. Pensando na constituição do pré-constituído que evidencia os discursos já ditos, penso, como pesquisadora que fala também da posição de professora de matemática, que precisamos fazer circular aspectos positivos da matemática para intervir no discurso de que matemática é difícil.

Interessante observar a questão da formação ideológica, que como os filósofos eram os titulares do poder, o discurso deles era a palavra final, era o que determinava o que seria correto e assim formulavam de certa maneira a questão das políticas públicas que até hoje vivenciamos.

Podemos perceber o discurso da dificuldade da matemática como um discurso pré-construído, que está sendo repetido pelos alunos e reconhecido nas marcas linguísticas das suas formulações discursivas.

Machado (2011), em seu livro intitulado "Matemática e Língua Materna", apresenta algumas proposições, um movimento de sentidos que vem sendo mobilizados a respeito da matemática e algumas de suas irradiações de cunho pedagógico. Resolvemos criar um quadro para melhor visualização e compreensão dos efeitos de sentidos produzidos pelas proposições que Machado analisou. Vejamos:

Proposições/Slogans[11]:	**Irradiações de cunho pedagógico:**
1) A Matemática é exata.	outros setores do conhecimento não são exatos; a Matemática não comporta resultados aproximados.
2) A Matemática é abstrata.	lidar com abstrações é uma característica exclusiva da Matemática.
3) A capacidade para a Matemática é inata.	é natural que grande parte das pessoas encontrem dificuldades em Matemática.
4) A Matemática justifica-se pelas aplicações práticas.	só deve ser ensinado o que comporta aplicações práticas.
5) A Matemática desenvolve o raciocínio.	só a Matemática desenvolve o raciocínio.

Tabela 2 - Slogans e algumas de suas irradiações de cunho pedagógico

Fonte: Baseado em Machado (2011, p. 30)

Analisando este quadro pela perspectiva da Análise de Discurso, percebemos a questão de a linguagem não ser transparente, os efeitos de sentido que são oriundos de alguns pré-construídos da matemática e as diferentes formulações discursivas que podem

[11] Resolvemos chamar de proposição/slogan já que o autor às vezes fala em proposições outras em slogan. Ele afirma que, em seu uso ordinário, estas proposições se parecem mais com slogans.

ser encontradas nas proposições/slogans. A produção de sentidos de que a matemática é a representante de uma disciplina exata, abstrata, de aplicações práticas e principalmente no que lemos/ouvimos pelo raciocínio. A própria OBMEP evidencia a questão de a matemática desenvolver o raciocínio (lógico) e que as avaliações são importantes neste processo educativo-pedagógico. Parece que as outras disciplinas não são capazes/aptas a realizar/contribuir nestes processos de raciocínio lógico, mas o 'lógico' aqui, num efeito de totalização, é como se fosse o raciocínio central ou exclusivo, ou superior, de modo que raciocínio funciona discursivamente como paráfrase de 'raciocínio lógico'.

Há um senso comum de que a matemática desenvolve o raciocínio e constantemente o termo raciocínio é seguido pelo termo **lógico**. Conforme Machado (2011, p. 81): "Nossos ouvidos acostumaram-se com isso desde muito cedo, moldados pelos discursos tanto dos professores como das pessoas em geral, [...]".

O autor relata que a história demonstra este senso comum em relação à matemática *x* raciocínio lógico, pois muitos filósofos contribuíram para legitimar tal associação. Machado afirma ainda que:

> Assim, se por um lado, no nível do senso comum, pensar e filosofar sempre se situaram semanticamente em zonas próximas, por outro lado a natural e frequente aproximação entre Matemática e Filosofia completa uma ponta que favorece a associação de significados entre o pensamento *lato sensu* e o pensamento matemático. Em consequência, contribui para a aceitação natural do fato de que o estudo da Matemática desenvolve a capacidade de pensar. (2011, p. 82)

Os sujeitos alunos, ao iniciarem seus estudos, já trazem consigo os ecos desses dizeres que circulam sobre a matemática, por meio da família, amigos, irmãos, filmes, mídia e infelizmente até mesmo pelos professores. (SILVEIRA, 2000). Pensamos, considerando isto, que que a questão da dificuldade da matemática constitui o imaginário de sujeito-aluno também para a OBMEP.

Silveira (2000, p. 11) afirma que "a presença destes 'outros' marca a heterogeneidade do discurso que fala da dificuldade da matemática e que é constitutiva no aluno". O aluno já traz consigo que a matemática é difícil, a partir também da fala de outros alunos em seu ambiente de convívio. A disciplina apresenta uma marca discursiva das dificuldades de outros, pelas experiências negativas de outros alunos. Quando um aluno encontra dificuldade na disciplina, ele sustenta a sua fala no que já ouviu.

Na formulação dos textos, produzidos por jornalistas, professores, alunos e outros encontram-se as marcas discursivas que identificam e reconhecem a regularidade deste discurso pré-construído.

1.5 A constituição do corpus e algumas notas sobre as materialidades discursivas

Os materiais que constituem o nosso corpus são: as provas/avaliações da OBMEP dos anos 2005, 2010 e 2015; o site da OBMEP e documentos oficiais que regulamentam a educação no Brasil, a saber: a LDB, os PCNs e os CBCs (do Estado de Minas Gerais) de Matemática. Quanto às provas/avaliações que reunimos como corpus, nosso procedimento é de estabelecer recortes de algumas questões das provas, de modo a responder nossas questões de pesquisa. A escolha do corpus implica em já decidir quais as propriedades discursivas que farão parte da nossa análise. (ORLANDI, 2015).

Partimos da seguinte concepção de *corpus*:

> Inicia-se o trabalho de análise pela configuração do *corpus*, delineando-se seus limites, fazendo recortes, na medida mesma em que se vai incidindo um primeiro trabalho de análise, retomando-se conceitos e noções, pois a análise de discurso tem um procedimento que demanda um ir-e-vir constante entre teoria, consulta ao *corpus* e análise. Esse procedimento dá-se ao longo de todo o trabalho. (ORLANDI, 2015 p. 64)

Considerando o exposto acima, propomos a seguinte organização para o *corpus* dessa pesquisa: o corpus de análise, que consiste no site da OBMEP e nas questões em comum nos três níveis da prova[12], conforme o recorte que estamos estabelecendo; e o corpus de referência que engloba a LDB, os PCNs e os CBCs de Matemática do Estado de Minas Gerais. Entendemos o corpus de referência como um modo de ver como está ecoando, digamos assim, certos discursos presentes nos recortes que tomamos para análise e que constituem, assim, o que chamamos de corpus de análise.

Os PCNs são as diretrizes propostas aos trabalhos dos professores de todo o Brasil, já os CBCs são somente para os professores do Estado de Minas Gerais. Como pretendemos trabalhar com questões de matemática em diferentes níveis de seriação na análise da OBMEP, que é uma proposta do governo, é essencial analisar também o que é

[12] A OBMEP é dividida em três níveis. São três tipos de provas baseadas na escolaridade dos alunos. No capítulo 3 trataremos com mais detalhes deste tema.

regulamentado pelo próprio governo a respeito do que deverá ser o objetivo e os conteúdos específicos de cada ano.

Em nossa perspectiva, o analista de discurso é um sujeito único em sua análise. Os gestos de análise que um analista mobiliza é (pode ser) diferente de um outro analista. (ORLANDI, 2015).

A escolha do corpus é parte integrante das análises que vão ser constituídas em um trabalho. Não tem como separar a construção do corpus e a análise que será realizada. Orlandi (2015, p. 61) afirma que:

> a melhor maneira de atender a questão da constituição do *corpus* é construir montagens discursivas que obedeçam a critérios que decorrem de princípios teóricos da análise de discurso, face aos objetivos da análise, e que permitam chegar à sua compreensão. Esse objetivo, em consonância com o método e os procedimentos, não visa a demonstração, mas a mostrar como um discurso funciona produzindo (efeitos de) sentidos.

Os gestos de interpretação de um analista vão variar conforme as suas perguntas de pesquisa e os caminhos que se constituirão no sentido de compreender e responder as questões de pesquisa, produzindo efeitos de sentidos diferentes em seus recortes, a partir dos gestos de análise/interpretação que são singulares. Daí o ineditismo de cada análise, conforme nos ensina Orlandi.

“O recorte é uma unidade discursiva”, afirma Orlandi (1984, p. 4).[13] Entendemos que recorte não é um segmento, uma parte, mas um todo. Ele varia conforme as condições de produção e sujeitos que o constituem. O mesmo recorte evoca formulações discursivas diferentes. A autora complementa que: “Os recortes são feitos na (e pela) situação de interlocução, aí compreendido um contexto (de interlocução) menos imediato: o da ideologia. (IBIDEM, p. 4).

Há dois tipos de dispositivos para a AD: o teórico e o analítico. O dispositivo teórico pode ser o mesmo, mas o analítico não, pois o dispositivo analítico “é a questão posta pelo analista, a natureza do material que analisa e a finalidade da análise”. (ORLANDI, 2015, p. 25). A partir de um único dispositivo teórico podem ser construídos muitos outros dispositivos analíticos, que varia em cada análise.

[13] Orlandi, E. “Segmentar ou recortar?”. Linguística: questões e controvérsias. Série Estudos 10. Curso de Letras do Centro de Ciências Humanas e Letras das Faculdades Integradas de Uberaba, 1984.

Percebemos que a cada gesto de leitura/interpretação/análise do objeto da nossa pesquisa, novos conceitos vão sendo mobilizados para a constituição do dispositivo analítico.

No que diz respeito à questão das materialidades discursivas, entendemos que para a AD, a materialidade verbal e/ou da imagem tem a sua singularidade e a sua materialidade significante, conforme Lagazzi (2010). Portanto, as questões da OBMEP apresentam diferentes formulações, considerando a forma-material com que são apresentadas. Estamos nos referindo ao uso de imagens aliadas ao texto ou somente o texto como enunciado, enfim, tem algo que é da formulação que nos chama a atenção para analisar. Pretendemos, neste primeiro capítulo, apenas apresentar esta reflexão a respeito do modo como são formuladas as questões da prova, levando em conta as diferentes materialidades discursivas que aí produzem sentidos.

A materialidade linguística "são as marcas linguísticas presentes no enunciado, seria toda a massa textual a que se tem acesso em um texto escrito ou falado". (SANTOS e SILVA, 2008, p.71), enquanto que "a materialidade discursiva seriam os textos nos quais os discursos são materializados, o que significa que os analistas do discurso analisam materialidades discursivas e não textos". (SANTOS e SILVA, 2008, p. 71).

O analista de discurso analisa os efeitos de sentido produzidos a partir da materialidade discursiva e não o texto. Nesse sentido, Orlandi (2015, p. 67) afirma que: "para a análise de discurso, o que interessa não é a organização linguística do texto, mas como o texto organiza a relação da língua com a história no trabalho significante do sujeito em relação com o mundo. É dessa natureza sua unicidade: linguístico-histórica".

E a autora (IBIDEM, p. 51) complementa: "Quando dissemos materialidade, estamos justamente referindo à forma material, ou seja, a forma encarnada, não abstrata nem empírica, onde não se separa forma e conteúdo: forma linguístico-histórica, significativa".

As diferentes materialidades produzem diferentes gestos de interpretação ao/no sujeito leitor. (ORLANDI, 2012). Nesse sentido, é preciso esclarecer que pretendemos trazer esta breve reflexão para pensar, no plural, nas materialidades discursivas que podemos analisar e isto não substitui o que estamos chamando de corpus ou mesmo não substitui o que é o nosso objeto de análise, que é o discurso. Vale retomar Orlandi (2016) em sua "Nota introdutória à tradução brasileira" da obra "Materialidades Discursivas", organizada por Coneian, Courtine, Gadet, Marandin e Pêcheux. Orlandi afirma que:

> Na maior parte das vezes, chamam de materialidade – por exemplo: “a materialidade que vou analisar são os textos encontrados no jornal x” – o que já está categorizado nas disciplinas da linguagem, em geral, como “*corpus*”, em algumas, como “dados”, ou, em outras, simplesmente como “o objeto de análise”. (ORLANDI, 2016, p. 10).

Pêcheux (1995) reflete sobre a materialidade da linguagem como região de equívoco em que se ligam materialmente o inconsciente e a ideologia. O funcionamento da ideologia não é um processo consciente, sendo que o sujeito é afetado pela determinação inconsciente das redes de memória e formulações ideológicas.

1.6 Políticas Públicas: alguns elementos para uma reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática

Pretendemos abordar alguns elementos para refletirmos sobre as políticas públicas no processo de ensino-aprendizagem da matemática, sendo uma delas a OBMEP. A OBMEP é uma política pública urbana, que teve início em 2005 com o propósito de melhorar a qualidade do ensino de matemática no Brasil, segundo o site da OBMEP (2016). Os documentos oficiais: LDB, PCNs e CBCs são políticas públicas de ensino.

Para uma melhor compreensão acerca da questão da política pública na perspectiva da AD, temos como referência o artigo da Claudia Castellanos Pfeiffer intitulado “Políticas Públicas de Ensino”. Neste artigo, Pfeiffer apresenta análises sobre o processo pelo qual políticas públicas de educação configuram o consenso no espaço urbano pautado pela escrita.

O consenso tem sustentado todo um processo discursivo quando se trata de políticas públicas. Considerando isto, para Orlandi (2010, p. 6):

> O consenso traz em si, e pelas suas definições no campo das ciências sociais, a noção de unidade, e constitui a base para se pensar os grupos humanos sem estacionar na ideia de um amontoado de indivíduos. Quando se pensa o consenso, se pensa a ligação que une a sociedade.

O consenso está relacionado a uma uniformidade a respeito de um determinado assunto. Os documentos oficiais são uma maneira de se ter uma uniformidade no conteúdo curricular no Brasil.

Pfeiffer (2010) comenta que, em seu percurso de leituras, a fim de entender a textualização das políticas públicas de ensino, três eixos fundamentais foram se configurando:

> a) compreender as diferentes abordagens que se fazem da justificativa da presença das políticas públicas e do modo como devem estar ou não presentes;
> b) compreender os pré-construídos de algumas teorias (filosofias, correntes) que se apresentam de forma predominantemente (consensual) como as mais adequadas para estruturarem o ensino brasileiro;
> c) compreender o entrecruzamento desses dois lugares de produção de sentidos na configuração das leis e propostas curriculares que instituem as políticas educacionais no Brasil. (PFEIFFER, 2010, p. 85)

A autora conclui, a partir de suas leituras, que as formulações das políticas sociais, que têm como objetivo amenizar as desigualdades originadas no mercado, são sustentadas pelos gestos de adaptação.

O ensino no Brasil, principalmente o médio, sofre entre duas tensões entre a área humanista e a área profissionalizante, o que pode ser visto na leitura da LDB e, nesse sentido, a autora destaca o trabalho de Clarice Nunes sobre as divisões das políticas públicas.

Pfeiffer também analisa os documentos oficiais (LDB e PCNs) a respeito das propostas curriculares e comenta o trabalho de Alice Casimiro Lopes (2005), que concentra seu trabalho na análise dos conteúdos curriculares, principalmente no ensino médio, e contribui para a compreensão do processo de regulação do ensino-aprendizagem no Brasil. A autora resume o trabalho de Lopes mostrando: "que há dois eixos de sustentação que circulam pelas políticas curriculares: a defesa de uma *cultura comum* e a defesa de uma *cultura da performatividade*". (PFEIFFER, 2010, p. 90)

Ela explica que *cultura comum* engloba as disciplinas científicas necessárias a toda e qualquer pessoa, já a *cultura da performatividade* engloba um modelo de currículo capaz de formar o indivíduo. Performatividade no sentido de desempenhos a serem medidos. Ela também observou como os PCNs foram se modificando; ela cita os PCN^+, que são formulados tanto para o sentido de cultura comum como para alcançar alta performatividade.

Pfeiffer (2010, p. 99) conclui o seu artigo, afirmando que:

> As análises que vimos fazendo vão justamente nessa direção, qual seja, a de manter a eficácia daquilo que já em 1997 Eni Orlandi apontava como uma sobreposição da cidade pelo urbano e do político pelo administrativo. Nessas sobreposições, o sujeito urbano da escolarização é tomado por uma onipotência e uma rede de possibilidades infinitas que quase invariavelmente o remetem à certeza de seu fracasso e de sua responsabilidade pelo mesmo. Como nos ensina Pêcheux (1988), as divisões se colocam em um mundo semanticamente estável.

Esta conclusão nos remete aos discursos dos alunos em relação à dificuldade de aprender matemática, conseguintemente em realizar as avaliações da OBMEP. O sujeito aluno já antevê o fracasso antes mesmo de tentar realizar as avaliações e isso é já o efeito do imaginário no real.

Capítulo 2

O DISCURSO DAS DIRETRIZES EDUCACIONAIS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS: LDB, PCNs e CBC

"O homem nasceu para aprender, aprender tanto quanto a vida lhe permita".

Guimarães Rosa.[14]

Neste capítulo, dividimos a nossa abordagem e problematização dos documentos oficiais - a LDB, os PCNs e o CBC - em três momentos: em um primeiro momento apresentamos a história, caracterização, objetivos gerais da Educação e os conteúdos curriculares de Matemática. Em um segundo momento, tratamos da metodologia de *resolução de problemas* e, por último, o que os documentos oficiais dizem sobre a questão da *avaliação*, pensada então de um modo mais abrangente.

2.1. LDB, PCNs e CBC: História, caracterização e os conteúdos curriculares de Matemática

No sentido de situar nossa reflexão acerca desses outros materiais de análise, os documentos oficiais, os quais constituem o nosso corpus de referência, apresentaremos alguns elementos sobre a documentação referente ao currículo escolar, como: orientações, sugestões a respeito do processo ensino-aprendizagem nas **escolas brasileiras** - mais especificamente em uma escola mineira - presentes nos principais documentos oficiais sobre a Educação no Brasil, a saber: a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e o Currículo Básico Comum (CBC), sendo este último uma proposta curricular do governo de Minas Gerais. Os PCNs e o CBC tratam de modo específico de cada disciplina e, no nosso caso, analisamos as propostas curriculares para a disciplina de Matemática. Estes documentos são uma referência para permear os trabalhos dos profissionais da educação e direcionar sua

[14] Esta frase foi retirada da avaliação da segunda fase do nível 1 da OBMEP, uma homenagem da olímpiada ao escritor (2006) Esta avaliação encontra-se no site oficial da OBMEP.

prática pedagógica de ensino. Trata-se, desta maneira, de políticas públicas para a Educação e o Ensino no Brasil.

O estudo do currículo escolar de Matemática se fez necessário, em nosso ponto de vista, pelo fato de analisarmos as avaliações da OBMEP, levando em consideração que os alunos realizam avaliações iguais em seriações diferentes. Observamos, em particular, a questão da seriação, a fim de averiguarmos os objetivos e conteúdos escolares trabalhados em cada série e que efeitos de sentidos o trabalho com estes conteúdos pode trazer aos alunos, considerando que eles visam possibilitar a resolução de algumas questões em comum, mesmo sendo os alunos de seriação diferente.

A OBMEP tem como referência, para elaborar as questões da primeira fase, os conteúdos curriculares de Matemática apresentados nos PCNs de Matemática, como observamos nos regulamentos da olimpíada, os quais encontram-se no site da OBMEP, conforme destacamos: "7.2. As questões propostas nas provas da Primeira Fase apresentam conteúdos previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais." (OBMEP, 2017).

Esta afirmação ecoa a importância dos documentos oficiais e que eles são uma referência nacional para todos os currículos escolares. Fica posto, com isso, que qualquer aluno poderá realizar a prova independentemente da sua região, já que todas as escolas seguem o conteúdo curricular proposto pelos PCNs. Mas há a possibilidade de outros sentidos para esta afirmação. Para Orlandi, "algo do mesmo está nesse diferente; pelo processo de produção de sentidos necessariamente sujeito ao deslize, há sempre um possível 'outro', mas que constitui um mesmo" (ORLANDI, 2012b, p. 81). O fato de estar previsto nos PCNs em todas as regiões nacionais, não necessariamente significa que os sentidos produzidos pelos temas abordados sejam os mesmos, pois há diferenças regionais tanto em relação a linguagem quanto a costumes culturais que afetam o processo ensino aprendizagem. A questão é: será que as escolas estão seguindo os PCNs? Como mensurar os "conteúdos" previstos e os "conteúdos" vistos realmente pelos educandos no cotidiano escolar? E, principalmente, como avaliar se houve realmente o aprendizado destes "conteúdos" pelos alunos?

2.1.1 A LDB

Iniciamos o nosso estudo dos documentos com uma breve abordagem histórica da LDB, LEI Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. A primeira LDB foi publicada no governo de João Goulart em 1961, seguida de uma outra versão dez anos depois. A LDB atual foi elaborada em resultado, bem como seu plano de ação, na Conferência Nacional de Educação para Todos, que ocorreu em 1990 na Tailândia, sendo que o Brasil foi convocado pelo Banco Mundial e outros órgãos internacionais a participar, a fim de assegurar o direito de educação para todos. Ela foi aprovada em 1996, resultado de vários estudos, discussões e principalmente por uma questão política – já que um dos motivos da sua reformulação foi cumprir metas com os bancos internacionais – visto que o Brasil foi convocado, não convidado, a participar da Conferência. (UNICEF, 1990)

Fizemos recortes de alguns artigos da LDB que são relevantes para a nossa pesquisa em relação ao objetivo da educação no Brasil, considerando as regularidades e desigualdades nos currículos do ensino fundamental e médio, procurando justificativas para que o sujeito aluno seja “capaz” de resolver as mesmas questões da OBMEP, mesmo sendo de seriações diferentes. Os artigos da LDB, bem como seus recortes, são oriundos do site do governo chamado *Planalto*, que é um site oficial do governo que traz informações gerais sobre o que tem sido realizado, as novas leis, programas e outras informações que possam ser de interesse da sociedade.

A LDB tem como objetivo estabelecer as diretrizes e bases da educação nacional, sendo que o primeiro recorte traz o princípio fundamental da educação em seu artigo segundo:

> Art. 2º A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da **cidadania** e sua **qualificação para o trabalho**. (PLANALTO[15], 1996, grifos nossos)

Direito à educação conduz ao dever de educar, não somente do Estado, mas uma ação conjunta do Estado, da Família e da Sociedade. A família tem como papel educar os filhos, matriculá-los, em idade escolar, nas instituições de ensino e zelar pela frequência à escola, obrigação da família e do Estado também. Já a escola é a instituição principal do processo de ensino-aprendizagem e o Estado precisa dar subsídios, principalmente financeiro, garantindo a educação obrigatória. Sendo que neste processo em conjunto - Estado, Família, Escola – a meta é o desenvolvimento do indivíduo, capacitando-o para

[15]Site do governo / Planalto (LDB): Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm > Acesso em: 25 jun 2016

o exercício da cidadania, a fim de qualificá-lo para o mercado de trabalho. (PLANALTO, 1996). Isto é o que está posto na/pela LDB.

O mercado de trabalho e a sociedade estão em constantes mudanças, sendo necessário que a LDB seja renovada de tempos em tempos pela Câmara dos Deputados. Podemos citar como novas mudanças: a obrigatoriedade da educação infantil a partir dos quatro anos; o ensino fundamental passou de 8 anos para 9 anos; o ensino médio estendendo-se até os jovens de 17 anos - antes só o ensino fundamental era obrigatório – e outras mudanças que podemos averiguar na LDB. O conjunto da educação infantil, ensino fundamental e ensino médio é chamado de Educação Básica.

Uma recente mudança, que ainda está em transição, é o texto da terceira versão da Base Nacional Comum Curricular, sendo um dos seus objetivos:

> a busca por equidade na educação demanda currículos diferenciados e adequados a cada sistema, rede e instituição escolar. Por isso, nesse contexto, não cabe a proposição de um currículo nacional. (BNCC[16], 2017, p. 10)

Para compreender alguns elementos sobre essa base comum e a questão da ‘diversidade’ no currículo, de que trata a BNCC, temos como referência o artigo de Dias e Nogueira (2017, no prelo), apresentado em Recife no VIII SEAD (Seminário de Estudos em Análise do Discurso). As pesquisadoras, impulsionadas pelos relatos de professores de escolas públicas da rede de ensino de Pouso Alegre, quanto às suas inquietações em relação às políticas púbicas de ensino na atualidade, tomaram como objeto de análise a discursividade em funcionamento na BNCC.

Um dos temas abordados foi a relação Educação e Trabalho, para pensarem na abordagem por competências e habilidades, proposta pela terceira versão da BNCC (em tramitação). Para as autoras:

> [...] os discursos sobre o (mercado de) trabalho e sobre as relações de trabalho afetam a constituição desse sujeito ‘autoempreendedor’ em tentativas de regular o que se pode e deve ser estudo na escola, por meio de uma abordagem por ‘competências’, colocando em jogos as relações Língua-Estado-Nação enquanto recobertas por certo funcionamento ideológico do consenso na contemporaneidade [...]” (DIAS; NOGUEIRA, 2017, p.4) .

---

[16] O texto está disponível no site: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pdf/1_BNCC-Final_Introducao.pdf >Acesso em: 03 nov 2017

As autoras procuraram compreender o modo como se dá a constituição do sujeito ‘autoempreendedor’ tanto nas políticas públicas de ensino quanto nas políticas linguísticas de documentos norteadores de práticas educacionais no Brasil, sendo o estudo em questão a BNCC, e como as mesmas afirmam: “[...] buscando compreender os modos de individuação (ORLANDI, 2012) desse sujeito, na/pela língua, em uma ‘Sociedade Neoliberal’ (DARDOT e LAVAL, 2009)”. (DIAS e NOGUEIRA, 2017, p. 1)

Dias e Nogueira (2017) apontam que há uma tentativa de regular o que se pode e deve ser ensinado na escola, sendo que os discursos sobre o trabalho e as relações de trabalho afetam a constituição desse sujeito ‘autoempreendedor’ na instância escolar, da Educação. E concluem o artigo com uma crítica às políticas educacionais que tratam o fraco desempenho educacional como se fosse somente um problema ‘tecnicista’ não levando em consideração os contextos econômicos, sociais, culturais e políticos. E também apresentam a questão de um: “reducionismo no desenvolvimento da aprendizagem simplificado/instrumentalizado no ensino das ‘competências’ e ‘habilidades’.” (DIAS e NOGUEIRA, 2017, p. 6).

A BNCC apresenta mudanças na grade curricular apenas do ensino fundamental, nesta versão do documento, sendo relatado nele que, em breve, seriam apresentadas as mudanças para o ensino médio. Ou seja, há uma ausência do Ensino Médio neste texto da BNCC e a ausência também produz sentidos.

A LDB apresenta as diretrizes do ensino infantil, fundamental e médio, sendo que algumas diretrizes são comuns a todas elas e outras são específicas. Abordaremos somente o ensino fundamental e médio, devido ao fato de as OBMEP só ocorrerem nestes níveis. No entanto, a LDB também traz diretrizes para o ensino superior. E vale dizer que, embora nosso foco esteja concentrado no ensino médio, esses elementos postos sobre a BNCC são importantes para vermos que há uma relação entre o que é proposto para o ensino básico e o ensino médio, como uma certa continuidade de um projeto educacional para os jovens brasileiros.

O Artigo 22 da LDB – que trata da educação básica - vem reforçar o texto do Artigo 2 a respeito da educação desenvolver o educando, tornar-se cidadão e atuar no mercado de trabalho, como verificamos: “Art. 22[17]. A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para

[17] (Site: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm). Acesso em: 29 abr 2016.

o exercício da **cidadania** e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. "(PLANALTO, 1996, grifo nosso)

As diretrizes da educação básica ecoam o artigo 2 a respeito da cidadania, como notamos no artigo 27:

> Art. 27. Os conteúdos curriculares da educação básica observarão, ainda, as seguintes diretrizes:
> I - a difusão de valores fundamentais ao interesse social, aos direitos e deveres dos **cidadãos**, de respeito ao bem comum e à ordem democrática; (PLANALTO, 1996, grifos nossos)

Já o Artigo 26 estabelece que a educação básica deve ter uma base comum e uma parte diversificada respeitando as diferenças entre as regiões e alunos, como vemos abaixo:

> Art. 26. **Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum**, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por **uma parte diversificada**, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. (Redação[18] dada pela Lei nº 12.796, de 2013)
> § 1º Os currículos a que se refere o *caput* devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil. (PLANALTO, 1996, grifos nossos)

A BNCC também ressalta a importância de se respeitar as características individuais, fala em diversidade e também no que é 'comum', um jogo entre o mesmo e o diferente (ou diverso), conforme vimos no trabalho de Dias e Nogueira (2017) e pelo recorte que elas apresentaram em que a BNCC retoma, textualmente, justamente esse artigo 26 da LDB. No entanto, o modo como aparece formulado na BNCC é o seguinte:

> [...] a LDB deixa claros dois conceitos decisivos para todo o desenvolvimento da questão curricular no Brasil. O primeiro, já antecipado pela Constituição, estabelece **a relação entre o que é básico-comum** e o que é **diverso em matéria curricular**: as **competências e diretrizes são comuns**, os **currículos são diversos**. O segundo se refere ao foco do currículo. Ao dizer que os conteúdos curriculares estão a serviço do desenvolvimento de **competências**, a LDB orienta para a definição das aprendizagens essenciais, e não apenas dos conteúdos mínimos a ser ensinados. Essas são duas noções fundantes da BNCC. (BNCC, 2017, p. 09, grifos nossos).

[18] A LDB de 1996 sofreu uma alteração em 2013.

Interessante observar para o nosso trabalho de pesquisa - especificamente a questão das regularidades e diferenças entre o ensino fundamental e médio – o artigo 35 da LDB. O artigo determina que o ensino médio tenha como objeto de ensino-aprendizagem: “o aprofundamento dos conteúdos do ensino fundamental e a sua continuidade”. O artigo 35 apresenta quatro finalidades do ensino médio, como constatamos:

> Art. 35. O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:
> I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
> II - a preparação básica para **o trabalho** e a **cidadania** do educando, para continuar aprendendo, de modo **a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores**;
> III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
> IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. (PLANALTO, 1996, grifos nossos)

Nas diretrizes do ensino médio há uma preocupação mais direta/incisiva em preparar o sujeito aluno para o mercado de trabalho do que nas diretrizes do ensino fundamental. Já ambos apresentam, como um dos primordiais objetivos: preparar o aluno para a **cidadania**. Isto é, de modo mais explícito, a questão da cidadania está posta nas diretrizes tanto do ensino médio quanto do ensino fundamental e a questão do trabalho está posta mais diretamente nas diretrizes do ensino médio, mas isto não quer dizer que já não esteja posta, desde o início da formação, da educação básica, conforme podemos ver no trabalho de Dias e Nogueira (2017) que abordam justamente a relação entre educação e trabalho a partir da BNCC (a questão das competências e habilidades).

Nesse sentido, podemos ver na sexta competência, das 10 competências gerais para a educação, da BNCC, que temos uma formulação geral unindo o processo da educação ao futuro dos alunos e ao futuro ingresso dos mesmos no (mercado de) trabalho:

> 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do **trabalho** e fazer escolhas alinhadas ao seu projeto de vida pessoal,

> profissional e social, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BNCC[19], 2017, p. 18)

Para finalizar as análises da LDB, apresentamos um recorte dos PCNs, que apresenta uma síntese da função da LDB. O texto afirma que a LDB:

> [...] consolida e amplia o dever do poder público para com a educação em geral e em particular para com o ensino fundamental. “Ela [...]” reforça a necessidade de se propiciar a todos a formação básica comum, o que pressupõe a formulação de um conjunto de diretrizes capaz de nortear os currículos e seus conteúdos mínimos. (PCN, 1997, p. 17)

Vale ressaltar que como o PCN é de 1997, há um discurso presente nesse texto que parece estar identificado a uma certa formação discursiva da democratização da educação, em que há o sentido de priorizar a educação para o ensino fundamental. Foi somente em 2000 que foi publicado os PCNs para o ensino médio.

2.1.2 Os PCNs

O currículo escolar no Brasil é regulamentado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), sendo o mesmo lançado em 1997, pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC). Os PCNs foram elaborados como um modelo educacional a ser seguido, para que a escola efetive os ideais do projeto contidos e formulados na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Os PCNs foram elaborados a partir do estudo de propostas curriculares de Estados e Municípios brasileiros, da análise realizada pela Fundação Carlos Chagas e de debates de professores em encontros, seminários e publicações. (PCNs, 1997). Eles visam o desenvolvimento de capacidades do aluno, sendo que o objetivo dos conteúdos curriculares são meios para a aquisição dessas capacidades, de maneira que “[...] o que se tem em vista é que o aluno possa ser sujeito de sua própria formação, em um complexo processo interativo em que também o professor se veja como sujeito de conhecimento”. (PCNs, 1997, p. 33)

[19] O texto está disponível no site: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pdf/1_BNCC-Final_Introducao.pdf >Acesso em: 03 nov 2017

No portal do MEC (Ministério da Educação e Cultura), os volumes dos PCNs podem ser baixados na internet; os mesmos são divididos em três níveis: fundamental 1 (primeiro ao quinto ano), fundamental 2 (sexto ao nono ano) e ensino médio (primeiro ao terceiro ano). Todos os níveis possuem um PCN geral e um PCN específico a cada conteúdo. Tendo como característica principal a abrangência nacional e a garantia a todos os educandos do acesso ao conhecimento elaborado, para que eles possam usufruir do exercício da cidadania e assegurando o direito de aprender pelo Estado, a todos os alunos, em qualquer região do Brasil, até mesmo as mais longínquas dos centros urbanos.

Do nosso ponto de vista, a característica principal dos PCNs baseia-se no capítulo 3 da Constituição de 1988, que estabelece o papel da educação para o Brasil:

> Art. 205. A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da **cidadania** e sua **qualificação para o trabalho**. (1988, grifos nossos)

Há um discurso presente, de que a educação será responsável para que o sujeito aluno se torne um cidadão e que será preparado para o mercado de trabalho na escola e na família. Não podemos esquecer da família, pois a educação não ocorre somente no ambiente escolar. A educação ocorre em conjunto com várias instituições, sendo a família uma dessas instituições e todas essas instituições são compreendidas como aparelhos ideológicos de Estado, conforme Althusser (1980). Em vários documentos oficiais, encontramos este ‘marco’ da **cidadania** como resultado da educação. A pergunta é: como preparar um sujeito aluno para a **cidadania**? Será que as diretrizes encontradas nestes documentos são suficientes para que isso ocorra? A OBMEP contribui para a formação do cidadão? E, muito além disso: o que é cidadania e cidadão? Que sentidos funcionam aí?

Nos objetivos da OBMEP, os quais estão publicados no seu site oficial, encontramos também uma referência em relação à *preparação do sujeito aluno para a sociedade*. A formulação é a seguinte: “Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento”. (OBMEP, 2017). Notamos, assim, que há uma preocupação/inquietação, tanto por parte dos documentos oficiais, ou seja, do Estado, quanto pelos responsáveis pelas olímpiadas, em incluir o sujeito por meio do aprendizado, isto é, se todos os sujeitos forem educados não haverá mais uma separação de classes sociais. Esta é uma possibilidade de paráfrase. É o discurso de políticas públicas para a Educação que o Estado promove.

Orlandi (2014, p .145) afirma que:

> Em uma sociedade do conhecimento, do saber, sociedade da escrita como ícone do desenvolvimento e da divisão, a existência da Escola não só significa no seu interior, mas a formação social em sua natureza e estrutura, ou seja, afeta também quem está fora dela, da Escola. Isto é, o sujeito de uma sociedade que tem a escola como mesmo não estando nela é por ela significado, no caso, pela ausência, pela falta: você é escolarizado ou não escolarizado e isso define as relações sociais em que você se enreda.

As políticas públicas procuram deixar evidente a importância da escola para que o sujeito não seja mais excluído da sociedade. Orlandi (2014) aponta que a escola é uma forma de se estar em uma relação social ou outra. O sujeito escolarizado está em uma posição “superior” ao que não frequenta ou frequentou a escola.

No que diz respeito à organização dos PCNs, os do ensino fundamental dividem-se em 10 volumes: sendo o primeiro volume uma introdução aos PCNs, seis documentos referentes às áreas de conhecimento e três volumes referentes aos Temas Transversais. Para os fins desta pesquisa, é de nosso interesse analisar recortes da Introdução e recortes dos PCNs de Matemática. No primeiro volume – que é a introdução aos PCNs - encontramos um resumo a respeito do currículo escolar:

> Em linha de síntese, pode-se afirmar que o currículo, tanto para o ensino fundamental quanto para o ensino médio, deve obrigatoriamente propiciar oportunidades para o estudo da língua portuguesa, da matemática, do mundo físico e natural e da realidade social e política, enfatizando-se o conhecimento do Brasil. (PCNs, 1997, p. 17)

Na Introdução dos PCNs há um destaque para o processo educativo de uma forma geral e nos outros volumes há uma regulamentação, sugestões para cada disciplina em particular. Os PCNs foram enviados às escolas e distribuídos aos professores, mas podemos encontrá-los também no portal do MEC. Em algumas escolas encontramos os volumes dos PCNs nas bibliotecas, mas eles têm sido substituídos pelos CBCs em Minas Gerais, dado este que nos chama a atenção a refletir: o que pode significar esse movimento de substituição? Quais seriam as principais distinções entre os PCNs e os CBCs? A pergunta já nos permite dizer que há uma espécie de reprodução/repetição dos

PCNs nos CBCs, mas há também deslocamentos. Segundo os organizadores/proponentes dos CBCs em Minas Gerais, as mudanças em relação aos PCNs são propostas no sentido de atingir uma melhoria do ensino em Minas Gerais. Isto pode ser verificado no discurso da Secretária de Educação, Vanessa Guimarães Pinto, na introdução do CBC de Matemática (2005), em que afirma que:

> A importância dos CBCs justifica tomá-los como base para a elaboração da avaliação anual do Programa de Avaliação da Educação Básica (PROEB) e para o Programa de Avaliação da Aprendizagem Escolar (PAAE) e para o estabelecimento de um plano de metas para cada escola. (CBC, 2005, p. 9)

Nos PCNs de Matemática encontramos orientações, sugestões e uma grade curricular do ensino fundamental e médio a ser seguida por todas as escolas nacionais. Importante ressaltar que é uma proposta curricular que não é fixa, não é engessada e nem poderia ser, pois cada região apresenta uma demanda diferente. Isto não quer dizer que também é livre, já que há uma necessidade de um currículo comum.

Logo na apresentação do documento, coloca-se uma preocupação em melhorar o processo de ensino-aprendizagem de matemática no ensino fundamental, para o desenvolvimento dos sujeitos alunos como **cidadãos** críticos e autônomos e também relacionando a matemática com os temas transversais (ética, orientação sexual, saúde, meio ambiente, pluralidade cultural e trabalho e consumo).

A primeira parte do PCN do ensino fundamental trata da caracterização, do processo de ensino-aprendizagem e a segunda parte é que contém os conteúdos curriculares de matemática. A parte que trata dos princípios para o ensino de matemática se encaixa perfeitamente também para o ensino médio e não especificamente à matemática como também a outros conteúdos. Podemos tomar como exemplo o seguinte trecho:

> A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de **conhecimentos científicos e recursos tecnológicos**, dos quais os **cidadãos** devem se apropriar. (PCN, 1997, p. 19, grifos nossos)

Nas leituras da legislação e documentos educacionais há um destaque para o ensino fundamental, provavelmente pela própria história, já que até 1971 o ensino obrigatório e gratuito era de apenas quatro anos, o chamado curso primário. Após 1971, passou a ser de 8 anos e, em 2010 passou para nove anos. E só recentemente é que se registra uma documentação específica para o ensino médio. Em 1999 foi elaborado o

PCNEM (Paramentos Curriculares Nacionais para o Ensino Médio), que se apresenta em apenas 1 volume, sendo dividido em quatro partes:

1) Bases Legais;
2) Linguagens, Códigos e suas Tecnologias;
3) Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias;
4) Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Já em 2002 é lançado o PCN+, a fim de complementar as orientações educacionais do PCNEM. O PCN+ tem 3 volumes, um para cada área do conhecimento:

- Volume 1: Linguagem, Códigos e suas Tecnologias
- Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias
- Volume 3: Ciências Humanas e suas Tecnologias

Em nosso trabalho usaremos somente parte do volume 2, pois ele aborda a matemática, a física e a química e nosso interesse para este trabalho de análise está centrado na matemática. Na introdução desse volume há um parecer para o ensino médio de uma forma geral. Vejamos:

> Propõe-se, no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização. (PCN+, 2002, p. 5)

Considerando isto, retomamos o que afirma Orlandi (2014, p. 167) acerca da relação entre educação e capacitação. A autora problematiza isso que ela denomina de ‘capacitação’ e enfatiza que:

> educar não é capacitar, nem treinar, nem informar, mas dar condições para que, em seu modo de individuação, pelo Estado, o sujeito tenha a ‘formação’ (conhecimento/saber) necessária para poder constituir-se em uma posição sujeito que possa discernir, e reconhecer, os efeitos de sua prática na formação social de que faz parte.

Podemos dizer que esta proposta inicial do PCN, se a comparamos com o que afirma Orlandi, resume o processo de ensino-aprendizagem para qualquer nível escolar, desde o ensino infantil até o ensino superior. O sujeito aluno não pode ser simplesmente um repetidor de informação, ele deve, no processo educacional, ser também um produtor conhecimento no mundo em que vive e se relacionar com o conhecimento produzido de forma a compreender esta relação. Ele precisa ser ‘formado’ não somente capacitado/treinado.

Uma “metodologia”[20] encontrada no próprio PCN, que vem ao encontro com esta proposta é a *resolução de problemas*, que abordamos separadamente, tratando da análise da resolução de problemas nos documentos oficiais, em livros e dissertações a respeito desse tema.

Uma característica do ensino médio, que percebemos na leitura do PCN+, é que acreditamos ser coerente, até mesmo com a faixa etária do nosso sujeito aluno, é a questão de se ter uma [...] “apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados, que as trate como processo cumulativo de saber e de ruptura de consensos e pressupostos metodológicos”. (PCN+, 2002, p. 20). Esta seria uma das principais diferenças do ensino fundamental e médio em relação às Ciências da Natureza: a capacidade de **abstração**. Mas o que seria esta capacidade de abstração?

Conforme o dicionário *on line* Houaiss abstração é:

> substantivo feminino - ato ou efeito de abstrair(-se); abstraimento 1 fil operação intelectual, compreendida por Aristóteles (383 a.C.-322 a.C.) e Tomás de Aquino (1227-1274) como a origem de todo o processo cognitivo, na qual o que é escolhido como objeto de reflexão é isolado de uma série de fatores que comumente lhe estão relacionados na realidade concreta (como ocorre, p.ex., na consideração matemática que despoja os objetos de suas qualidades sensíveis [peso, cor etc.], no intuito de considerá-los apenas em seu aspecto mensurável e quantitativo)” (HOUAISS, 2017)

Pesquisamos em vários dicionários *on line* a definição da palavra **abstração** e constatamos o retorno à palavra abstrato e também o contraste com a palavra **concreto**. Para ilustrar o elucidado trouxemos a definição do dicionário *on line* Significados[21] que:

[20] Alguns autores consideram a resolução de problemas como uma metodologia e há autores que não concordam.
[21] Significados é um dicionário on line. Disponível em: <https://www.significados.com.br/abstrato/> Acesso em: 20 jun 2016.

“Abstrato é tudo que não é concreto ou resulta de abstração. É o que só existe na ideia, no conceito. É o que possui alto grau de generalização, que opera unicamente com noções”. (SIGNIFICADOS, 2017). Abstrato está sempre em oposição ao concreto, sendo que no ensino fundamental 1 deve se priorizar o concreto e à medida que os sujeitos alunos vão “evoluindo” poderão desenvolver um trabalho mais abstrato.

O matemático Nilson José Machado também traz colaborações interessantes aos termos abstrato/concreto. Em seu livro Matemática e Língua Materna, ele faz uma análise da frase: “A Matemática é abstrata” e, como já observado anteriormente, ele também relaciona abstrato com concreto:

> De um modo geral, aos olhos do homem comum, poucas classificações dicotômicas parecem tão naturais quanto a que distingue o abstrato do concreto, da qual nem os substantivos lograram escapar. De fato, parece muito simples caracterizar o concreto, o real, o palpável, em contrapartida ao abstrato, ao imaginário, ao concebido. Nesta trilha, os objetos matemáticos, desde os mais simples até as estruturas mais complexas, admitidas ou não as raízes empíricas, são peremptoriamente classificados como abstrações. (MACHADO, 2011, p. 48)

Em sua análise, Machado (2011) demonstra como abstrato aparece com frequência com sentidos negativos, como ser abstrato é difícil e de pouco interesse. O autor dá exemplos de como ser abstrato não é exclusivo da matemática, mas poderia ser de qualquer outra disciplina. Um dos exemplos apresentados é o da língua materna: “Todos os sistemas linguísticos, dos ideográficos aos alfabéticos, baseiam-se necessariamente em abstrações, ainda que de natureza diversa, em cada caso”. (MACHADO, 2011, p. 58). Aqui, ‘abstrato’ desliza para ‘difícil/incompreensível’ e podemos relacionar com ‘a matemática é abstrata’ e ‘a matemática é linguagem’ e temos que ‘a linguagem é abstrata’, nesses deslizamentos de sentidos.

Percebemos, em nossa pesquisa da OBMEP, uma ‘preocupação’ ou um ‘cuidado’ em trabalhar com questões mais práticas/concretas, por meio da resolução de problemas, com o propósito de propiciar ao sujeito aluno uma maior motivação em resolvê-las.

2.1.3 O CBC

O currículo escolar deve ter uma base nacional comum, elaborada e proposta nos PCNs, porém ele, o currículo, pode ter uma parte diversificada, conforme determina a

LDB. O currículo pode ser diferenciado em conformidade com o desempenho de cada região ou aluno, por isso o Estado de Minas Gerais elaborou o núcleo de Conteúdo Básico Comum (CBC) que constitui um passo importante no sentido de tornar a rede estadual de ensino de Minas um referencial em educação. Podemos observar isso na introdução do CBC de Matemática (2006, p. 9): “A definição dos conteúdos básicos comuns (CBC) para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio constitui um passo importante no sentido de tornar a rede estadual de ensino de Minas num sistema de alto desempenho”.

O Governo de Minas Gerais criou um site para dar suporte à implantação do CBC, que é o Centro de Referência Virtual (CRV). O CRV é um site destinado aos professores, o qual apresenta propostas de atividades divididas por disciplina, planos de ensino, bibliotecas, uma parte destinada à troca de experiências de professores e muitos outros recursos a fim de auxiliar o professor na sua prática pedagógica. O CBC é um dos recursos que também encontramos no CRV, sendo que quando lançado o CBC foi distribuído aos professores de todo o Estado.

O CBC é uma proposta curricular, que deve servir como base para o currículo escolar. Ele também apresenta orientações pedagógicas e temas complementares. Há um volume específico para cada conteúdo, porém o ensino fundamental e médio se encontram no mesmo volume diferenciando dos PCNs que são 2 volumes para cada disciplina: um para o ensino fundamental e outro para o ensino médio.

O CBC organiza o conteúdo curricular em 4 eixos, para o ensino fundamental de matemática de 6ª a 9ª série[22]:

1 - Eixo Temático I- Números e Operações
2 - Eixo Temático II- Álgebra
3 - Eixo Temático III- Espaço e Forma
4 - Eixo Temático IV- Tratamento de Dados

Já o ensino médio é dividido em 3 eixos:

1 - Eixo Temático I - Números, Contagem e Análise de Dados
2 - Eixo Temático II - Funções Elementares e Modelagem

[22] **Série** é utilizado no CBC em seu índice, porém na escola a terminologia usada é **ano**.

3 - Eixo Temático III - Geometria e Medidas

No CBC do ensino fundamental não há uma separação dos conteúdos para cada ano. Sendo que no ensino médio, cada ano é apresentado separadamente e a orientação é que no segundo ano haja um aprofundamento dos estudos e que no terceiro ano a relevância seja nos tópicos complementares.

Percebemos uma diferença na terminologia do ensino fundamental e médio: no fundamental são utilizadas operações e no ensino médio contagem. Contagem tem uma complexidade maior do que Operações, bem como Tratamento de Dados em relação à Análise de Dados e Espaço e Forma em relação à Geometria e Medidas.

No ensino médio, os tópicos abordam temas mais abstratos do que no ensino fundamental, o que nos remete a uma caracterização do ensino médio que citamos anteriormente, "apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados ..." (PCN+, 2002, p. 20). E também no CBC de Matemática (2006, p. 35), temos que:

> Em ambos os níveis, deve-se incentivar o aluno a justificar os procedimentos adotados diante de problemas e suas conclusões, mesmo que ele ainda não possua os instrumentos formais para fazê-lo. Se no ensino fundamental as justificativas se dão quase sempre num nível intuitivo, no ensino médio, além da metodologia aplicada ao ensino fundamental, deve-se dar ênfase a justificativas mais formais, introduzindo dessa forma a linguagem um pouco mais rigorosa.

Esta citação nos faz pensar nas questões em comum da OBMEP: será que as questões em comum aos três anos possuem uma linguagem menos rigorosa? Que efeitos de sentido a linguagem destas questões produzem aos/nos sujeitos alunos de seriações diferentes? E que efeito de evidência seria esse de uma 'linguagem um pouco mais rigorosa'? Ao colocar essa questão do rigor da linguagem como um efeito de evidência, estamos justamente questionando o que seria um "rigor na linguagem", de modo a desconstruir esse feito de evidência que é ideológico e que funciona no sentido de colar o sentido de "formal" com o sentido do que seria uma "linguagem rigorosa".

A nossa ideia inicial era apresentar os conteúdos curriculares do ensino fundamental e médio, porém percebemos que seria um processo muito extenso por se tratar de um período de sete anos. Decidimos, então, apresentar a comparação entre os conteúdos curriculares do ensino fundamental e médio, especificamente aqueles conteúdos que integram as questões em comum dos anos das avaliações das OBMEP que tomamos como corpus de análise, conforme apresentaremos no capítulo 3 desta Dissertação.

Em um primeiro momento, discorremos a respeito dos documentos oficiais de uma forma geral e depois apresentamos dois componentes importantes para a nossa pesquisa que é a questão de *resolução de problemas* e a *avaliação*. Iniciaremos a análise do que os documentos oficiais trazem a respeito de *resolução de problemas*, já que as questões da OBMEP são, em sua maior parte, compostas de propostas de resolução de problemas e, nesse sentido, não poderia deixar de olhar para esta questão sob a ótica da LDB, dos PCNs e do CBC.

2.2 Análise da metodologia da *Resolução de Problemas* nos documentos oficiais

A *resolução de problemas* é considerada pela grande maioria dos autores como uma metodologia, inclusive nos documentos oficiais. Trouxemos algumas considerações sobre isto, pois a OBMEP, que é o nosso objeto de análise, trabalha com esta metodologia. Em primeiro lugar procuramos verificar o que os PCNs trazem a respeito da resolução de problemas e depois como isto está posto no CBC.

2.2.1 A 'Resolução de Problemas' nos PCN's

Há uma circulação de forma repetitiva de que devemos trabalhar com uma matemática contextualizada e/ou com a resolução de problemas. Este tema é muito desenvolvido em artigos, documentos oficiais sobre o ensino de matemática e cursos. É, inclusive, o objetivo/método primordial da OBMEP: "encorajar o estudo da matemática por meio da resolução de problemas". (OBMEP, 2017)

Sendo assim, pesquisamos o que dizem os documentos oficiais: os PCNs de matemática do ensino fundamental e médio e posteriormente o que normatiza o CBC, também do ensino fundamental e médio, para mostrar como está posta a questão da resolução de problemas. Afinal o que é resolver problemas? É uma metodologia? Qual é a sua importância? Como a resolução de problemas constitui o aprendizado do sujeito aluno?

Os PCNs de Matemática do ensino fundamental trazem, a respeito disso, que:

> [..] evidenciam a importância de o aluno valorizá-la [a matemática] como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para **resolver problemas**. (1997, p.15, grifo nosso)

Parece-nos que há aqui um efeito de sinonímia: o de que matemática é igual a resolução de problemas. E, nesse sentido, parece se distanciar do que orientam os PCNs quanto a matemática ser um "instrumental para compreender o mundo à sua volta", pois isto acaba sendo reduzido à solução de problemas. E a Matemática não se restringe apenas à resolução de problemas, ou ao cálculo, a fazer contas e nem a compreensão do mundo se reduz a isso.

Nos PCNs das Ciências da Natureza, neste caso, do ensino médio, fica evidente que uma das finalidades da área (matemática, química e física) é o desenvolvimento de estratégias de trabalho focadas na **solução de problemas.** É interessante observar que a solução ou resolução de problemas não é algo específico para a matemática, ainda que neste trabalho o nosso foco seja a matemática. Sendo assim, os PCN+ trazem uma contribuição a esse respeito. Vejamos:

> Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A **resolução de problemas** é a **perspectiva metodológica** escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado. (2006, p. 129, grifos nossos)

Pensando em resolução como uma metodologia, a questão é: como trabalhar com a metodologia de resolução de problemas? A OBMEP pode ser considerada uma metodologia? Ou uma avaliação que se utiliza desta metodologia? Aplicar os problemas da OBMEP, ajudariam os sujeitos alunos a desenvolverem melhor o raciocínio matemático? E o que é considerado resolução? Que tipo de problema é exposto para o aluno "resolver" / "solucionar"?

Os PCNs do ensino fundamental explicitam o que deve ser realizado para resolver um problema. Vejamos:

> . elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);

> . compare seus resultados com os de outros alunos;
> . valide seus procedimentos. (PCN, 1998, p. 41)

A resolução de problemas não é um processo simples, exige um planejamento por parte do sujeito professor e uma abordagem que o sujeito aluno se envolva e tenha vontade de resolvê-lo.

O próprio PCN (2002) recomenda tomar cuidado ao trabalhar com resolução de problemas, pois os problemas devem ser um desafio aos nossos alunos, eles *devem querer* resolvê-los, discuti-los com os outros colegas e nem sempre isso acontece, pois, um problema para um aluno pode não ser para o outro conforme os seus conhecimentos.

Os efeitos de sentido que um problema produz para um sujeito aluno não é necessariamente o mesmo produzido para outro sujeito. Orlandi (2015, p. 46) afirma que o sujeito:

> [...] é sujeito à língua e à história, pois para se constituir, para (se) produzir sentidos ele é afetado por elas. Ele é assim determinado, pois se não sofrer os efeitos do simbólico, ou seja, se ele não se submeter à língua e à história ele não se constitui, ele não fala, não produz sentidos.

O sujeito frente ao objeto simbólico tem necessidade de interpretar, ou seja, tornar possíveis gestos de interpretação. Ao significar, o sujeito se significa e o gesto de interpretação é o que, perceptível, ou não, para o sujeito e seus interlocutores, decide a direção dos sentidos, decidindo assim sobre a materialidade do gesto de interpretação, conforme compreendemos dos ensinamentos de Orlandi.

O gesto de interpretação é afetado pela materialidade do texto e a relação do sujeito aluno com as questões de matemática divergem conforme a linguagem formulada nas questões bem como suas diferentes materialidades discursivas, tais como: questões textuais ou com a composição de textos e imagens. É nesse sentido que entendemos com Orlandi (1988) que o sentido sempre pode ser outro.

2.2.2 A ‘Resolução de Problemas’ no CBC

No volume único do CBC de Matemática encontramos textos idênticos para o ensino fundamental e médio a respeito da resolução de problemas. As considerações, a respeito de resolução de problema, aparecem primeiro na parte do ensino fundamental na página 15 e posteriormente na parte do ensino médio na página 38.

O CBC inicia o texto sobre resolução de problemas apontando que: “Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas”. (2005, p. 15 e p. 38)

A utilização/aplicação da resolução de problemas deve ser explorada a fim de motivar o sujeito aluno ou para iniciar um novo conceito ou aplicar os conteúdos estudados ou até mesmo num processo avaliativo. (CBC, 2005)

O CBC (2005) indica algumas estratégias para o desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas, que devem ser apontadas e estimuladas pelos professores. Vejamos o recorte abaixo:

• Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
• Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
• Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
• Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
• Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações, usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas
• Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo assim experiência e novas perspectivas (“insights”) para abordar um problema.

Tabela 3 – Estratégias para desenvolvimento de habilidades de solução de problemas.

Fonte: CBC (2005, p. 17)

Assim, algumas das habilidades para resolver problemas são: obter a informação, processar a informação, pensar logicamente e generalizar.

Vale dizer, da posição sujeito professora de matemática em que me coloco e também do CBC de Matemática (2005) que, na resolução de alguns problemas matemáticos, torna-se necessário utilizar-se de ferramentas, simbologias próprias da matemática para que se consiga solucionar problemas, então não podemos descartar o uso de exercícios de fixação de técnicas e habilidades de rotina, que são repetitivos, mas importantes para que o sujeito aluno se sinta seguro e preparado para auxiliá-los na solução de um problema.

Uma outra questão a ser analisada é pensar em qual seria a diferença entre *problema* e *exercício*. A princípio, parece que é a mesma coisa resolver exercícios ou resolver problemas. No artigo do *Blog*[23] da Gestão Escolar: "**A diferença entre exercícios e problema,** temos que: **Exercício** é uma atividade que conduz o aluno a utilizar um conhecimento matemático já aprendido, como a aplicação de algum algoritmo ou fórmula". (2015, p. 1, grifos nossos). Assim, o exercício é o que automatiza algo. Há o chamado exercício de fixação.

No problema, ao contrário, não há um algoritmo. Do mesmo blog temos: "Os **problemas** exigem reflexão, questionamentos e tomadas de decisão" (2015, p. 1, grifo nosso). Ou seja, a questão que se põe é: o exercício que busca condicionar/fixar algo não exige reflexão? O caminho parece ser o de que primeiro automatiza / condiciona / naturaliza e somente depois é que há reflexão, o caminho mais difícil a seguir. E é interessante observar que isso diz respeito à prática de ensino de matemática de modo geral.

Em vários dicionários consultados há uma repetição na definição de exercícios, que é definido como o "ato de exercitar", o que permite uma interpretação de que seja sempre algo repetitivo e mecânico. No dicionário *on-line* Michaelis, temos a seguinte definição para "exercício":

> 1 Ato de exercitar ou exercer.
> 2 Qualquer atividade efetuada ou praticada para desenvolver ou aprimorar um talento, conhecimento etc. (MICHAELIS, 2017)

Já o dicionário *on-line* Houaiss apresenta o sentido de "exercício" em relação à matemática como: "4 trabalho escolar para **treinar** o estudante em determinada disciplina ‹*e. de matemática*›" (HOUAISS, 2009, grifo nosso). Interessante é que 'treinar' funciona como paráfrase de 'condicionar'.

Em contrapartida, a palavra "problema" aparece relacionada à pesquisa, à análise, a procurar soluções. O Dicionário Michaelis define o termo "problema" da seguinte maneira:

> 1 Tema, em qualquer área do conhecimento, cuja solução ou resposta requer considerável pesquisa, estudo e reflexão.

[23] Disponível no site: < https://gestaoescolar.org.br/conteudo/1504/qual-a-diferenca-entre-problema-e-exercicio> Acesso em: 30 mai 2017.

> 7 Mat. Toda questão em que se procura calcular uma ou várias quantidades desconhecidas, denominadas incógnitas, ligadas mediante relações a outras conhecidas, chamadas dados. (MICHAELIS, 2017)

Já o dicionário Houaiss apresenta a seguinte definição para o termo “problema”: “7 questão levantada para inquirição, consideração, discussão, decisão ou solução”. (HOUAISS, 2009).

Na leitura de algumas definições compreendemos que há duas “redes” de sentidos diferentes: *exercício* remete mais a treino, prática; já *problema* remete a pesquisa, a buscar soluções. E acreditamos que por meio da busca de soluções, o aprendizado será mais efetivo do que um treinamento. Ao trabalhar com resolução de problemas, o sujeito aluno é levado a tornar-se apto para tomar decisões mais criativas, coerentes e a usar o ‘raciocínio lógico’, conforme argumentam os defensores do método da *resolução de problemas*.

Não estamos dizendo que os exercícios não fazem parte do processo de ensino-aprendizagem, pois o processo de repetição é importante para que o sujeito aluno resolva algumas situações de forma mais rápida e quase automática. Por exemplo: ao realizar uma divisão não ter a necessidade de sempre recorrer à tabuada. (CBC, 2005).

2.3 A ‘Resolução de Problemas’ para o matemático Polya

Uma outra referência em ‘resolução de problemas’ é Polya, precursor e referência reconhecida no tema de ‘resolução de problemas’ em matemática. Ele é professor de matemática, nasceu em Budapeste em 1887 e é autor de vários livros, entre eles: A arte de resolver problemas (*How to solve it*), publicado em 1945. Este livro aparece como sugestão de leitura em vários livros de matemática e serviu como referência bibliográfica para os PCNs de Matemática.

O livro foi traduzido em língua portuguesa por Hélio Lisboa de Araújo, sendo que o título sofreu modificações nas suas três edições: a primeira edição em 1978 teve o título: “A arte de resolver problemas”; na segunda edição, de 1994, o título foi: “A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático”; e na terceira edição, em 1995, modificou-se novamente o título para: “A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático”, sendo esta última edição a nossa proposta de análise. Podemos encontrá-la tanto em livro em papel com em e-book.

Polya inicia seu livro afirmando que não importa se é um pequeno problema ou um grande, o que realmente interessa é o prazer de resolver e desenvolver meios para achar a solução de um problema.

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. ” (POLYA, 1995, p. V)

Interessante observar que apesar da resolução de problemas estar muito relacionada à matemática, a questão de resolução de problemas pode ser aplicada a outras disciplinas e até mesmo em várias situações do nosso cotidiano envolvendo a matemática ou não. O autor destaca, em seu livro, quatro passos para solucionar os problemas matemáticos. São eles: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano e fazer o retrospecto da resposta para verificar se está correta a solução.

Polya nos remete ao processo da resolução de problemas como seu objeto o aprendizado do professor. Assim, o objetivo do seu livro não é ensinar o aluno a como resolver um problema, mas o seu foco é o professor, já que o mesmo o utiliza para ensinar/orientar o aluno a pensar a resolução dos problemas matemáticos. Há uma preocupação maior em como o professor irá trabalhar com a resolução de problemas na sala de aula do que ensinar o aluno a resolver um problema. O autor apresenta alguns exemplos de problemas matemáticos e como tratá-los na sala de aula. A preocupação com o aluno acontece de uma forma indireta, pois se o professor for capacitado ele terá melhores condições de ensinar o aluno a resolver problemas. (POLYA, 1995)

Nos eixos cognitivos do ENEM, por exemplo, há uma orientação a respeito da resolução de problemas de uma forma resumida, porém muito coerente com os elementos discutidos dos PCNs e do livro de Polya. Segundo a matriz referência do ENEM[24], temos o seguinte: “III. **Enfrentar situações-problema (SP)**: selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema. (INEP, 2012)

[24] INEP Disponível em: <(http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz._ referencia._enem.pdf)>_Acesso em: 20 jun 2017

2.4 A ‘Resolução de Problemas’ para Oliveira: pesquisadora em AD e professora de matemática

Uma outra forma de se pensar em resolução de problemas é trabalhar com os alunos como autores dos problemas, relacionando-os a um determinado assunto matemático. E segundo Orlandi (2015, p. 74) “o autor é o sujeito que, tendo o domínio de certos mecanismos discursivos, representa, pela linguagem, esse papel, na ordem social em que está inscrito, na posição em que se constitui, assumindo a responsabilidade pelo que diz, como diz etc.”. Acreditamos ser um avanço ao processo de ensino-aprendizagem o sujeito aluno saber utilizar uma linguagem para representar uma determinada situação problema.

Percebemos nesta metodologia uma participação importante do sujeito professor para motivar o sujeito aluno a trabalhar com a criação de problemas. Procurando verificar como isto ocorre, temos como exemplo o trabalho da professora de matemática e pesquisadora em AD, Lucilene Lusia Adorno de Oliveira.

O trabalho de Oliveira tem uma relevância ao nosso estudo, pois o fato de trabalhar com os documentos oficiais, com o tema da resolução de problemas e principalmente as análises realizadas, na perspectiva materialista histórica, pautada em Michel Pêcheux e Eni Orlandi, contribui diretamente para a compreensão das nossas questões de pesquisa.

Oliveira (2015) teve como objetivo de pesquisa analisar os (não) sentidos das matemáticas no discurso do adolescente, que cumpre medida socioeducativa – de internação, nas relações produzidas com o social, descritas em suas narrativas de vida e na autoria de Situações Problema.

A autora relata o papel do adolescente frente a resolução de problemas que a mesma chama de *Situação Problema*. Ela afirma que:

> O adolescente, ao propor uma Situação Problema, textualiza parte de sua própria vivência e faz as ligações com conteúdos matemáticos, até mesmo com conceitos ainda não estudados. Encontrou-se uma possibilidade de incentivar o aluno a escrever algo que lhe faz sentido, e, simultaneamente desestabiliza suas certezas, desta forma, ele sente a necessidade de encontrar uma resposta que ainda não está construída, muitas vezes não conhecida. Nas Situações Problema, elaboradas pelos adolescentes, é possível avançar para a compreensão de uma posição social, daquilo que funciona socialmente para além da sala de aula. Durante esse processo, a posição sujeito dos adolescentes que se encontram internados são (des)construídas quando no enlace equívoco

dessas posições é possível descortinar algo para além da Escola, chegando à Prática Social. (2015, p. 12)

Há relevantes trabalhos a respeito de *Resolução de Problemas*, tanto na disciplina de matemática como em outras disciplinas do currículo escolar. Em cada trabalho percebemos uma abordagem diferente desta metodologia e até mesmo o equívoco entre resolução de problemas e resolução de exercícios, muito frequente nas salas de aula.

Em todos os documentos oficiais, livros, dissertações e outras leituras que realizamos, percebemos a ênfase no papel primordial do professor em planejar/orientar a resolução de problemas. Em se tratando do papel do sujeito professor na resolução de problemas, qual seria este papel na OBMEP? O professor deve/tem/obrigado a orientar, não treinar[25], para a OBMEP? Seria este um dos efeitos desta avaliação nas práticas de ensino de matemática?

Os documentos oficiais afirmam que é necessário que os problemas sejam relevantes aos sujeitos alunos para que eles se identifiquem e tenham 'vontade' de resolvê-los. E a BNCC, por exemplo, tem como um de seus objetivos incentivar o ensino focado nas diferenças individuais e regionais, o que vem a ser relevante com a questão da *resolução de problemas*, pois o sujeito professor pode aplicar/orientar "resolução de problemas relevantes" a sua sala de aula. Resta identificar, reconhecer esta(s) relevância(s).

A tese de Oliveira (2015) apresenta uma abordagem distinta que é a construção dos problemas pelos alunos, o que nos coloca a seguinte reflexão: deveríamos primeiro incentivar os alunos a criarem seus "próprios problemas" e depois partir para a generalização de problemas já prontos em livros e na OBMEP, já que disponibiliza um vasto acervo digital. Uma outra abordagem diferente de Oliveira seria partirmos de problemas já prontos para depois os individualizar.

Estas são questões de interesse, sobretudo, de professores de matemática para a reflexão das/nas práticas de ensino. Com isso, continua a ser a *resolução de problemas* apenas uma metodologia? Ou, por isso mesmo, não 'apenas', mas 'a' grande metodologia ou 'o método' da matemática? Ou melhor, do ensino de matemática?

[25] Acredito que o papel do professor na OBMEP não deve ser um treinamento, mas sim uma orientação.

2.5. A ‘Avaliação’ nos documentos oficiais das políticas públicas de ensino

O nosso trabalho de análise trata das avaliações da OBMEP, então procuramos verificar que efeitos de sentido os documentos oficiais trazem a respeito desse assunto. Procuramos identificar o que é um processo avaliativo e que tipos de avaliação – se é que são diferenciadas pelos documentos – são sugeridas por estes. Interessa-nos analisar se as avaliações das olímpiadas se enquadram no mesmo referencial teórico das apresentadas nos documentos oficiais e quais as regularidades e/ou dispersões entre estas avaliações. Retomando as questões feitas na Introdução deste trabalho: Que tipo de avaliação é a OBMEP? Como se dá o seu funcionamento? Quais são seus efeitos nas práticas de ensino?

2.5.1 A ‘avaliação’ na LDB – uma abordagem geral

O primeiro elemento (a primeira citação, referência) de *avaliação* encontrada na LDB, no seu artigo 9 é o dever do Estado em:

> VI – assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino. (LDB, 2015, p. 13)

Há um discurso de que por meio da avaliação realizada pelo Estado, será possível uma melhoria na qualidade do ensino. As avaliações externas realizadas pelo governo visam, segundo o próprio, melhorar a qualidade do ensino. Porém, do meu ponto de vista, como professora da rede estadual, é um processo lento e pouco prático. As escolas recebem dados estatísticos do desempenho da sua escola específica de uma forma generalizada, não sendo possível fazer um acompanhamento por turma do seu desempenho e muitas vezes os alunos avaliados nem estudam mais lá. Além disso, há outras questões a serem feitas acerca dos “conteúdos” dessas avaliações, dos seus propósitos e dos seus efeitos, pensando aí no político-ideológico.

Os critérios para a verificação do rendimento escolar, nos níveis fundamental e médio, possuem algumas regras em comum, conforme o artigo 24:

> a) avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais;
> b) possibilidade de aceleração de estudos para alunos com atraso escolar;
> c) possibilidade de avanço nos cursos e nas séries mediante verificação do aprendizado;
> d) aproveitamento de estudos concluídos com êxito;
> e) obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar, a serem disciplinados pelas instituições de ensino em seus regimentos. (LDB, 2015, p. 18)

No item *a*, no aspecto de avaliação contínua e cumulativa, se pensarmos em termos "teóricos" isso ocorre, pois, as escolas aplicam trabalhos, avaliações, projetos, conceitos e outros, sendo uma escolha do professor. Porém se pensarmos em avaliação contínua como: avaliar o desempenho do sujeito aluno, todos os dias nas ações por ele realizadas, tais como: tentativas de fazer um exercício, sua participação em sala de aula, interesse, assiduidade, enfim, avaliar o aluno como um todo, isso não acontece.

Seria ideal trabalhar com uma avaliação contínua e cumulativa, porém temos observado que isso não ocorre e um dos motivos que tem sido discutido é a quantidade de alunos em sala de aula, o excesso de alunos, e a questão salarial que faz com que os professores tenham que ter mais de um cargo.

O outro aspecto mencionado é a questão de que deveria prevalecer a avaliação qualitativa em relação à quantitativa, o que nos traz à memória dados estatísticos que podem ser qualitativos e quantitativos. De acordo com Crespo (2002, p. 17):

> a. **qualitativa** – quando seus valores são expressos por atributos: sexo (masculino-feminino), cor da pele (branca, preta, amarela, vermelha, parda) etc.;
> b. **quantitativa** – quando seus valores são expressos em números (salários dos operários, idade dos alunos de uma escola etc.)

Percebemos que a maioria das avaliações utilizadas nas escolas são quantitativas e há uma dominância dos números, há uma necessidade de se atribuir valores. Interessante que o próprio Estado "cobra" as notas dos alunos e também sempre que acontecem avaliações externas, recebemos os índices educacionais comparando a nossa escola com outras do município, região e estado. Então, uma reflexão que nos toca é a de que a avaliação serve para punir, para regular, para gerir e controlar e não necessariamente produzir mudanças e para aperfeiçoar.

Pesquisamos em alguns artigos, livros a respeito de avaliação qualitativa e quantitativa e encontramos algumas definições bem próximas as de Crespo referindo-se à avaliação quantitativa relacionada a números. Porém há um trabalho de Luckesi, doutor em Filosofia, que foi apresentado dentro do Ciclo de Colóquios “Educação, Avaliação Qualitativa e Inovação”, promovido pela Diretoria de Avaliação da Educação Básica (Daeb) do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), em que ele afirma que toda avaliação é qualitativa e que não dá para separar a avaliação qualitativa da quantitativa.

Luckesi comenta a LDB, no seu artigo 14, que levou à discussão dos termos qualitativos e quantitativos: “O uso dos termos ‘quantitativo’ e ‘qualitativo’ no texto da lei referia-se à questão do refinamento dos conhecimentos e das habilidades e não propriamente a uma oposição entre quantidade e qualidade. ” (2012, p. 12) Ele explica que o sistema acabou adotando o termo avaliação qualitativa, as avaliações das condutas afetivas e em contrapartida, a avaliação quantitativa aos conteúdos cognitivos escolares, mas que é um equívoco epistemológico e terminológico. Luckesi complementa afirmando que:

> dizer “avaliação”, já dizemos “qualidade”, o que implica dizer que a expressão “avaliação qualitativa” é um pleonasmo desnecessário. Além de ter presente que esse equívoco leva com ele um conceito inadequado não só quando diferencia “avaliação quantitativa” de “avaliação qualitativa”, mas também quando opõe esses dois conceitos. (2012, p. 13)

O autor acredita que a avaliação qualitativa e a quantitativa não podem ser vistas de formas isoladas, pois uma complementa a outra. E que avaliar é investigar a qualidade de alguma coisa a fim de regular o que está sendo avaliado. Luckesi considera um equívoco o item *a* do artigo 24 da LDB, que diferencia avaliação qualitativa e quantitativa.

Continuando a análise da LDB no seu artigo 36, que aborda o currículo do ensino médio, temos como uma de suas diretrizes o seguinte: “II – adotará metodologias de ensino e de avaliação que estimulem a iniciativa dos estudantes” (LDB, 2015, p. 25). Uma avaliação que estimule a iniciativa dos alunos. Nos perguntamos: será que a OBMEP conseguiria cumprir este papel? Seria este o seu propósito? Tentaremos responder esta pergunta nas análises empreendidas no capítulo 3 desta Dissertação.

No artigo 36, no primeiro parágrafo, temos o objetivo da avaliação para o ensino médio do seguinte modo:

> § 1º Os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação serão organizados de tal forma que ao final do ensino médio o educando demonstre:
> I – domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna;
> II – conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. (2015, p. 25)

A LDB propõe algumas diretrizes para a avaliação de uma forma geral a qualquer disciplina. Para sermos mais específicos a respeito da avaliação de matemática, apresentamos os PCNs de Matemática e mais especificamente para Minas Gerais, os CBCs de Matemática quanto ao problema da avaliação.

2.5.2. A 'avaliação' nos PCNs de Matemática

Os PCNs de matemática do ensino fundamental e médio são apresentados separadamente, porém as diretrizes que tratam da avaliação poderiam ser usadas indistintamente. Muitas vezes, o que aparece no ensino fundamental também é adequado ao ensino médio e vice-versa. São poucas as diretrizes que servem especificamente para um deles exclusivamente, seja o fundamental ou o médio.

Segundo os PCNs de Matemática:

> A avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação. (1988, p. 57)

Avaliar, conforme orienta os PCNs, não é simplesmente preparar uma prova, corrigi-la e devolvê-la ao aluno, isto é somente uma parte do processo da avaliação. A avaliação engloba verificar o aprendizado do aluno, suas principais dificuldades, quais "conteúdos" foram apreendidos e quais precisam ser repensados e/ou retrabalhados. Tudo isto para que o sujeito professor possa rever seus planejamentos de aulas, propor atividades de intervenções pedagógicas para os conteúdos/conceitos ainda parcialmente consolidados. (PCNs de Matemática, 1988).

O principal objetivo da avaliação para o sujeito professor, também do ponto de vista das pesquisas realizadas, deve ser avaliar o aluno como um todo, verificar se é “capaz de” resolver problemas, operar com a linguagem matemática e desenvolver o raciocínio matemático, como está posto neste trecho dos PCNs:

> Assim, é fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles, provas, trabalhos, registros das atitudes dos alunos, forneçam ao professor informações sobre as **competências** de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para **comunicar suas ideias**, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos no seu conhecimento matemático. (PCNs, 1998, p. 55, grifos nossos)

Qual é o sentido da palavra **competência** em resolver problemas? De acordo com Dias e Nogueira (2017), em seu artigo referente ao documento BNCC, a palavra competência tem sido associada a um ‘conhecimento aplicado’. Segundo as autoras: “A noção de conhecimento aplicado escolar é colocada em relação ao sujeito, de modo que ‘ser competente’, ‘ser capaz’ se reduz a saber ativar e utilizar um conhecimento construído.” (Dias e Nogueira, 2017, p. 2) Isto quer dizer, de acordo com este sentido, que o sujeito aluno deverá ser capaz de ativar um conhecimento já construído para poder resolver problemas. Ou seja, está reverberando aqui, de certa maneira, a abordagem por competências.

Colocamos em questão, também, a noção de língua/linguagem que está presente neste recorte dos PCNs que analisamos acima, pois nos deparamos com uma concepção de língua como instrumento de comunicação, do senso comum, de somente comunicar ideias e o que vem a contradizer o que vimos no Capítulo 1 desta Dissertação, que a língua serve para comunicar e para não comunicar, conforme Pêcheux (1995). Pensamos que, enquanto se toma esta concepção de língua, o trabalho com a interpretação fica comprometido com uma teoria, que pode não levar em conta o fato de linguagem de que os sentidos sempre podem ser outros, conforme Orlandi (2015).

No sentido de pensar em avaliar o aluno de uma forma diferenciada, podemos pensar nas avaliações externas, pois elas trazem questões normalmente não trabalhadas no cotidiano do sujeito aluno. Uma destas avaliações externas é a OBMEP, que compreende em sua maioria questões que podem ser resolvidas por resolução de problemas e não necessariamente por fórmulas como normalmente apresentadas nas avaliações escolares em sala de aula. Ou seja, trata-se, para nós, de compreender o funcionamento da OBMEP como uma avaliação. A questão que retorna é: isto pode repercutir no ensino no cotidiano escolar?

Os PCNs (1988) do ensino fundamental de matemática destacam duas novas funções indicadas à avaliação, no âmbito de ‘dimensão’, que são:

> 1) dimensão social: tem a função de fornecer ao aluno informações a respeito de sua **capacidade e competências** que são necessárias ao seu convívio social e auxiliar os professores a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam **encaixar-se no mercado de trabalho** e também da vida em sociedade[26].
>
> 2) dimensão pedagógica: tem a função de orientar o professor a continuar o seu processo de ensino-aprendizagem visto os conceitos adquiridos ou não ou parcialmente adquiridos no processo avaliativo.
>
> As formas de avaliação devem ser diversificadas, não prevalecendo somente a avaliação escrita. A avaliação oral também é importante para atentar outras formas de raciocínio que não estão inerentes na linguagem escrita. (PCNs, 1988, grifos nossos)

Os itens, em negrito, que destacamos, vêm reforçar/manter os discursos anteriores da LDB, PCN e BNCC em preparar/capacitar o sujeito aluno para o mercado de trabalho. Percebemos uma preocupação em alinhar a questão da capacitação/competência do aluno para o mercado de trabalho e como afirma Dias e Nogueira: “O discurso das competências parece ser sedutor para trabalhar na evidência de sentido de uma educação supostamente democrática.” (2017, p. 4)

O aluno deve ser avaliado/observado em sua unicidade e não em relação à média da sala ou de um grupo. Esta avaliação permite ao professor observar o erro, o que fará a busca pelo acerto. O professor poderá assim elaborar intervenções singulares a cada aluno ou grupo de alunos. (PCNs, 1988)

Perrenoud (2000) destaca o pouco conhecimento e despreparo dos professores em trabalhar com o erro, não o utilizando como um elemento norteador de sua conduta pedagógica, assim como regulador da aprendizagem do aluno. O autor aponta o erro como um instrumento tão valioso quanto o acerto na construção de conceitos.

[26] Esta dimensão é coerente com os objetivos da educação proposta pela LDB, já citado anteriormente.

Em um artigo apresentado no congresso EDUCERE, da PUC-PR, cujo título é: Avaliação em Matemática: o Erro como Estratégia Pedagógica para o Acerto, de Vieira et al., os autores também apontam o erro como um instrumento de aprendizagem. Esses autores analisam: “a concepção de erro em avaliações de matemática da Educação Básica, partindo das contribuições da pedagogia construtivista na perspectiva de se considerar o erro como uma estratégia pedagógica de promoção da aprendizagem.” (VIEIRA et al, 2015, p.1). De uma perspectiva discursiva, é interessante observar a relação com a nossa concepção de língua, no sentido de que é justamente a falha, o equívoco, aquilo que ficaria de fora de diversas abordagens, aquele “resto” que não interessa, que, na verdade, toma o centro de nossa atenção.

Vieira et al afirmam que, no ambiente escolar, o erro é associado a fracasso/falhas/equívocos de raciocínio produzidos pelos alunos quando na realização de uma avaliação. Os autores propõem que o erro seja trabalho como uma ferramenta pedagógica para a promoção da aprendizagem.

Os PCNs do ensino fundamental (1998) abordam a questão da resolução de problemas e/ou uso de recursos tecnológicos como mudanças ocorridas no processo de avaliação. E sugere uma nova abordagem sobre a prática avaliativa.

Os PCN+ (ensino médio) também contemplam algumas perspectivas já observadas do ensino fundamental, vejamos:

> Quando o professor deseja que cada um dos seus alunos se desenvolva da melhor maneira e saiba **expressar suas competências**, avaliar é mais do que aferir resultados finais ou definir sucesso e fracasso, pois significa acompanhar o processo de aprendizagem e os progressos de cada aluno, percebendo dificuldades e procurando contorná-las ou superá-las continuamente. (2006, p. 136, grifos nossos)

A avaliação, conforme os PCN+, não deve ser somente escrita e individual. Os alunos devem realizar trabalhos, atividades em grupo, desenvolvimento de projetos, enfim atividades que contribuam para o “**desenvolvimento de competências** com as quais os alunos possam interpretar linguagens e se servir de conhecimentos adquiridos, para tomar decisões autônomas e relevantes. ” (PCN+, 2006, p. 137, grifos nossos)

Os PCN+ apontam algumas características das avaliações, como a questão da resolução de problemas e os trabalhos coletivos; merecendo destaque o seguinte:

> • os enunciados e os problemas devem incluir a capacidade de observar e interpretar situações dadas, de realizar comparações, de estabelecer relações, de proceder registros ou de criar novas soluções com a utilização das mais diversas linguagens;
> • uma prova pode ser também um momento de aprendizagem, especialmente em relação ao desenvolvimento das competências de leitura e interpretação de textos e **enfrentamento de situações-problema**; (PCN+, 2006, p. 137, grifos nossos)

O destaque para *enfrentamento de situações-problema*, nos remete a uma batalha que deve ser confrontada/vencida, como se fosse algo difícil de realizar ou até mesmo uma guerra. Ou também podemos relacionar com a ideia de 'quebra-cabeças', conforme é sugerido no cabeçalho das avaliações da OBMEP: resolver a avaliação como se fosse um quebra-cabeça. (OBMEP, 2017) No jogo de quebra-cabeça também tem que haver um planejamento/ordem/organização para resolvê-lo e (pressupõe-se que) há diversão. Há um deslizamento de uma avaliação para uma olímpiada, uma atividade de lazer: um jogo de quebra-cabeça.

2.5.3. A 'avaliação' no CBC de Matemática em Minas Gerais

Os textos apresentados pelo CBC de Matemática a respeito da avaliação são similares aos da LDB e dos PCNs. De acordo com o CBC (2005, p. 17):

> O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

Nota-se que, neste fragmento acima, o foco está no professor para se discutir a avaliação. O discurso é que o aluno deve ser avaliado de forma contínua, como um todo, e que devem ser realizadas diferentes formas de avaliação. Sendo papel do professor utilizar a avaliação como um processo para preparar suas aulas e adequar suas práticas pedagógicas a cada sala de aula. Porém, as avaliações externas, muitas delas preparadas pelos governos estaduais e federais são igualmente aplicadas em todas as regiões do país. As escolas são igualmente avaliadas por estas avaliações independentemente da sua região.

O CBC apresenta poucas mudanças no seu texto para a questão da avaliação em relação à LDB e aos PCNs. O mesmo texto é apresentado para o ensino fundamental e médio, porém em páginas diferentes.

Uma diretriz importante, apresentada pelo CBC, é a questão do **erro.** Ele deve ser trabalhado de uma forma diferenciada: aprender com o erro. Verificar qual o erro que está ocorrendo, se uma falta de pré-requisitos, se realmente o sujeito aluno não compreendeu o assunto estudado ou se ele não compreendeu a formulação linguística da questão. Muitas vezes, mudanças no enunciado da pergunta faz com que o aluno não saiba como resolver o exercício.

Segundo o CBC: "É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema seja tão respeitada quanto uma solução correta". (CBC, 2005, p. 17/40[27]). A proposta é conversar com o aluno mostrando qual o erro que foi cometido e qual seria a forma correta de resolver aquele problema, para que em uma nova situação este erro não aconteça novamente. Alguns professores de matemática não aceitam a resolução de forma diferenciada e somente a forma que ele "ensinou" é a correta. Precisamos considerar o raciocínio do aluno e o mais importante que é valorizá-lo. (CBC, 2005).

A segunda fase da OBMEP é subjetiva e sua correção tem esta percepção: a importância de considerar a forma de resolver a questão. Não é considerado somente a resposta correta, mas prioriza-se a formulação da resposta do sujeito aluno, como pudemos observar a respeito da correção no site da OBMEP (2016). Temos aqui mais um elemento de como se dá este funcionamento da OBMEP como uma avaliação.

Neste capítulo nos dedicamos a uma análise do corpus de referência, verificando o que os documentos oficiais orientam/sugerem para o ensino-aprendizagem de matemática, seus conteúdos curriculares, a metodologia de resolução de problemas e a questão da avaliação. Sendo o objeto de interesse para a pesquisa verificar os ecos dos discursos neles presentes, na OBMEP, a partir dos nossos recortes. Isto é, que discursos estariam em relação, como estariam sendo atualizados, etc.? Procuramos, com isso, responder algumas questões aqui apresentadas, tais como: como é possível que alunos de seriação diferentes interpretem as mesmas questões? Que conteúdos curriculares podem circular pelas questões para que a seriação não faça diferença? Que efeitos de sentido estas questões podem produzir no sujeito aluno?

[27] A página 17 é referente ao ensino fundamental, enquanto a página 40 ao ensino médio, porém o mesmo texto é apresentado.

Capítulo 3

ANÁLISES DAS QUESTÕES DA OBMEP

> "Every good mathematician is at least half a philosopher,
> and every good philosopher is at least half a mathematician".[28]
>
> Frege

Ao escrever este trabalho surgiu uma dúvida sobre se deveríamos usar *Olimpíada* e/ou Olimpíadas. Interessante que, ao pesquisar, descobrimos uma divergência entre autores, pois alguns afirmam que pode ser usada qualquer uma das formas e outros afirmam que Olimpíada seria no singular, quando se referir a uma edição dos Jogos, e no plural quando se referir a mais de um evento. Nesse sentido, Machado (2016) afirma que:

> Olimpíada – (substantivo feminino singular) "período de quatro anos que mediava entre duas celebrações consecutivas dos jogos, e era adotado pelos gregos para a contagem do tempo depois do ano 776 a.C."
> Olimpíadas – (substantivo feminino plural) "jogos olímpicos modernos, que se realizam de quatro em quatro anos, de l896 para cá."

Porém, o próprio autor conclui que, para simplificar, provavelmente forçado pelo dito popular, não se considera errado usar olímpiada ou olímpiadas.

3.1 Uma visão geral sobre as Olímpiadas

As Olimpíadas ou os Jogos Olímpicos tiveram sua origem na Grécia antiga por volta do século VIII a.C. De acordo com a tradição mitológica, os jogos foram criados pelo herói Hércules, como uma forma de homenagear seu pai Zeus. Os jogos eram e são realizados com o propósito de promover a amizade e a integração entre os povos. Em 776

[28] Todo bom matemático é pelo menos metade filosofo e todo bom filosofo é pelo menos metade matemático. Traduzido pela autora. Disponível em:< http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Quotations/Frege.html> Acesso em 23 jul 2017.

a.C. estipulou-se que os jogos aconteceriam a cada quatro anos, sempre durante os meses de julho ou agosto. (PLATT, 2012)

Houve uma fase na história antiga em que não mais ocorreram os jogos olímpicos. Foi preciso que um pedagogo e historiador francês, Pierre de Coubertin, resgatasse os jogos olímpicos na forma como era na Grécia, isso em 1894. Surge então, em 1896, a primeira Olímpiada moderna em Atenas.

Foram criados alguns símbolos para representar as olimpíadas, sendo um deles uma bandeira branca com cinco arcos ou anéis olímpicos, representando os cinco continentes (conforme figura 1 a seguir). Os cinco anéis são de cores distintas para simbolizar cada continente: o verde representa a Oceania, o azul representa a Europa, o amarelo representa a Ásia, o preto representa a África, o vermelho a América e a cor branca da bandeira representa a paz entre os povos. Os anéis entrelaçam-se para dar voz a valores como o universalismo e o humanismo, conforme OBM (2016)

Figura 1 - Arcos Olímpicos. Fonte: Batista (2016)

No site da Olímpiada Brasileira de Matemática (OBM, 2017), em sua página inicial, temos uma imagem similar aos arcos olímpicos, que é um símbolo escolhido para representar a OBM (conforme Figura 2 abaixo). O símbolo da OBM é uma alusão a um problema matemático de sete circunferências e ele foi adotado em 1998. A escolha dos cinco anéis coloridos é uma alusão aos anéis olímpicos, de acordo com o site da OBM (2017).

Figura 2 - Símbolo da OBM. Fonte: Site da OBM (2017)

Conforme o site da OBM (2017), os anéis diferentemente dos anéis olímpicos, que representam os continentes, simbolizam os estudantes que vão realizar as avaliações. E os pontos de tangência[29] entre os anéis reforçam a ideia de colaboração mútua entre os competidores e o apoio total da organização. A cor cinza dos anéis é para dar a ideia de neutralidade aos elementos que representam a organização. (OBM, 2017).

Os anéis olímpicos e o símbolo representativo da OBM são uma das regularidades encontradas entre os jogos olímpicos e as olimpíadas de matemática. Uma outra regularidade observada é a premiação por meio das medalhas de ouro, bronze e prata. Nos jogos olímpicos, cada competidor ganha uma medalha de acordo com sua classificação. Quem ganhar em primeiro lugar, ganha a de ouro, seguida pela de prata e por último a de bronze. Os melhores estudantes que realizam as olimpíadas de matemática também ganham medalhas. A diferença é que nos jogos olímpicos, em cada modalidade, há apenas uma medalha de cada tipo, enquanto nas olímpiadas de matemática são premiados os melhores em nível nacional. Por exemplo, na OBMEP de 2005, quando ocorreu a primeira olímpiada, foram distribuídas 300 medalhas de ouro, 405 de prata e 405 de bronze.

3.2 As Olímpiadas Brasileiras de Matemática (OBM)

Há muitos séculos já havia desafios entre os filósofos a respeito de cálculos matemáticos. Pitágoras escolhia os seus pupilos, os filósofos que iam trabalhar com ele no Instituto de Pitágoras, por meio de tarefas difíceis envolvendo o cálculo mental e a decifração de símbolos. (SILVEIRA, 2011). Estas primeiras tarefas parecem ser o começo das olímpiadas de matemática.

[29] Ponto de tangência: ou ponto de contato, é quando uma circunferência tem apenas um ponto em comum com outra circunferência.

No site da OBM encontramos um histórico das olímpiadas de matemática, que são realizadas nos moldes das atuais. A primeira olímpiada ocorreu na Hungria em 1894 e as olímpiadas foram se espalhando pelo Leste Europeu. E a primeira Olímpiada Internacional de Matemática realizou-se na Romênia, em 1959.

No Brasil, a 1ª Olímpiada Brasileira de Matemática (OBM) aconteceu em 1979, organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), sendo até hoje organizada por ela. A SBM também organiza a OBMEP. Muitas mudanças foram ocorrendo ao longo dos anos, mas o objetivo principal das olímpiadas de matemática continua sendo: “estimular o estudo da Matemática nos alunos, desenvolver e aperfeiçoar a capacitação dos professores, influenciar na melhoria do ensino, além de descobrir jovens talentos”. (OBM, 2017)

Uma expressão que aparece regularmente nas olímpiadas é ‘descobrir talentos’. Tanto talento nas olimpíadas esportivas quanto nas olimpíadas de matemática. Verificamos, então o significado de talento em dois dicionários on-line.

No dicionário Significados (2017) encontramos três sentidos para a palavra talento: 1 - Aptidão para alguma coisa, 2 – Inteligência fora do normal e 3 - Pessoa talentosa. Em cada sentido algumas palavras sinônimas.

Já no dicionário Informal (2009)[30] temos dois sentidos atribuídos: “1- Tudo aquilo que a pessoa consegue desenvolver.” e “2 - Dom para fazer algo que já nasce com a pessoa”. Parecem sentidos contraditórios, pois no primeiro “qualquer” pessoa pode desenvolver e no segundo, a pessoa tem que nascer com o dom.

Não foi encontrada nenhuma definição para o termo “talento matemático’, porém a expressão ‘**talento em matemática’** tem uma circulação na mídia que evidencia que quem tem talento em matemática é detentor de sucesso. Observamos algumas manchetes: “Medalhistas exploram ao máximo o talento pela matemática[31]”; “Talento da Matemática termina seu doutorado com 22 anos[32]” e “O gene da matemática: o talento para lidar com números e a evolução do pensamento matemático e muitos outros[33]”.

[30] Dicionário informal. Disponível em: <http://www.dicionarioinformal.com.br/talento/> Acesso em: 03 nov 2017.
[31] Manchete sobre talento. Disponível em: < http://portal.metodista.br/matematica/noticias/medalhistas-exploram-ao-maximo-o-talento-pela-matematica> Acesso em: 20 nov 2017.
[32]Manchete talento. Disponível em: < http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2015/03/1606051-instituto-carioca-tem-doutorando-de-17-anos-e-adolescentes-no-mestrado.shtml\. > Acesso: 23 nov 2017
[33] Manchete: Disponível em:< https://www.travessa.com.br/o-gene-da-matematica-o-talento-para-lidar-com-numeros-e-a-evolucao-do-pensamento-matematico/artigo/eca4b805-68af-41fa-b546-3ec0cd0f26ff. > Acesso em: 23 nov 2017.

Os sentidos produzidos pelos sujeitos são determinados pelas relações sociais e ideológicas de seus grupos. E "as palavras mudam de sentido segundo as posições daqueles que as empregam. " (PÊCHEUX, 1995, p.160)

Uma pessoa que não seja da área da educação e nem da matemática, dificilmente vai associar a palavra olímpiada a uma avaliação de matemática para descobrir talentos, que no nosso caso é a OBMEP. Geralmente, no caso dos sujeitos alunos, um efeito de sentido comum é o de uma atividade lúdica, de jogos e alguns imaginam a olímpiada de matemática como sendo uma variedade de atividades práticas envolvendo a Matemática e ficam decepcionados quando são informados que se trata de uma *avaliação*. Este conhecimento nós o temos pela prática de aplicação dessas avaliações.

O Brasil tem várias olímpiadas de matemática, algumas se dão em nível estadual, como por exemplo: Olimpíada Paraense de Matemática (OPM), Olimpíada Mineira de Matemática (OMM), Olímpiada Regional de Matemática de Santa Catarina (ORSC) e muitas outras. E em nível nacional, temos as olímpiadas: Olímpiada Brasileira de Matemática (OBM) e a Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

A grande diferença entre a OBMEP e a OBM é que os alunos da OBM são convidados a participar dela, porém, para ser convidado, os alunos precisam atender a um dos três critérios: estar entre os 300 melhores alunos da 2ª fase da OBMEP, ser ganhador de medalha no ano anterior da OBM e/ou ser ganhador de medalha nas olímpiadas regionais.

O nosso objeto de estudo é a OBMEP, porém consideramos importante fazermos esta breve abordagem histórica das olímpiadas e das olímpiadas de matemática antes de tratarmos propriamente da OBMEP. Como dito na Introdução, sou a professora responsável pela aplicação da OBMEP há 13 anos, em uma escola estadual de Pouso Alegre, Minas Gerais e tenho interesse em analisar os efeitos de sentido das avaliações das OBMEP. No projeto inicial, pretendia só avaliar os enunciados das questões, mas com as pesquisas e as aulas na pós-graduação em ciências da linguagem, sobretudo as de Análise de Discurso, o interesse se ampliou para outras questões da OBMEP, que pretendemos abordar nos próximos itens.

3.3 A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

3.3.1 OBMEP: descrição e funcionamento

A OBMEP é um importante projeto implementado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM)[34]. Segundo o site oficial da OBMEP (2016), ela "tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área". Nas provas que compõem a Olimpíada, temos questões das mais variadas áreas da matemática, como: geometria, álgebra, lógica matemática e outras.

Ao realizar a inscrição para as olimpíadas, os alunos são divididos em três níveis conforme a sua seriação: nos dois primeiros níveis são inscritos os alunos do ensino fundamental sendo que os alunos do 6º e 7º ano realizam as avaliações do nível 1; os alunos do 8º e 9º ano realizam as avaliações do nível 2 e os alunos do ensino médio as avaliações do nível 3. A escola recebe três tipos de avaliações a serem distribuídas de acordo com o nível de cada aluno. Cada avaliação é composta por 20 questões de múltipla escolha, sendo cada questão composta de cinco alternativas.

O site da OBMEP disponibiliza todas as informações sobre a olimpíada, avaliações anteriores com gabaritos comentados, banco de questões para estudo e outras informações relevantes às olímpiadas. Todas estas informações são abertas a todas as pessoas, porém para informações específicas de cada escola é preciso ter um login e uma senha, que normalmente são de responsabilidade da direção e do professor responsável pela olímpiada. O professor responsável pela escola é escolhido pela direção da mesma. Eles são responsáveis pela aplicação da avaliação, seleção dos alunos para a segunda fase, orientações em geral e envio dos gabaritos.

Os objetivos da OBMEP, que se encontram no site e nos manuais que são enviados às escolas, são:

> 3.1. São objetivos da OBMEP 2017:
>
> 3.1.1. Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil. 3.1.2. Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica,

[34] A Sociedade Brasileira de Matemática é uma entidade civil, de caráter cultural e sem fins lucrativos. A SBM tem como finalidade: contribuir para a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis e estimular a disseminação de conhecimentos de Matemática na sociedade. Disponível em: <https://www.sbm.org.br/institucional/quem-somos/natureza-e-missao> Acesso em: 10 jan 2018

> possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.
>
> 3.1.3. Promover a difusão da cultura matemática.
>
> 3.1.4. Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas.
>
> 3.1.5. Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional.
>
> 3.1.6. Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas.
>
> 3.1.7. Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. (OBMEP, 2017)

O objetivo que mais se sobressai e aparece regularmente, não só na OBMEP, é o *3.1.4 Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas*. A formulação de que os jovens talentos devem ser incentivados ao ingresso em universidades científicas e tecnológicas pode ser compreendido como uma falha no sistema de ensino, uma falha do Estado, pela falta dele. Evoca um pré-concebido que somente quem tem talento poderá cursar estas universidades.

Percebemos, nos objetivos, algumas regularidades com os objetivos da LDB, PCNs e CBC já tratados anteriormente, tais como: incentivar o ingresso dos alunos nas áreas científicas e tecnológicas, o aperfeiçoamento dos professores e a questão da inclusão social.

As escolas públicas, que desejam participar, devem se inscrever no site da OBMEP, informando a quantidade de alunos para cada nível. A escola pode escolher se serão inscritos todos os alunos ou apenas parte deles. As avaliações são enviadas à escola juntamente com o gabarito e *folders* explicativos de como aplicar, corrigir e enviar todas as avaliações; até mesmo o envelope para enviar as avaliações dos melhores alunos é fornecido. Pode-se dizer que é a avaliação mais bem elaborada e organizada que a escola recebe do governo, em termos de estrutura de realização do processo. A partir deste ano, 2017, as escolas particulares também podem participar, mas pagam uma taxa de inscrição. O nosso foco são as escolas públicas, em especial, uma escola de Pouso Alegre, pelo fato da pesquisadora atuar como professora de matemática e professora coordenadora da OBMEP nesta escola.

A Olímpiada ocorre em duas fases: na primeira fase participam todos os alunos inscritos pela escola e na segunda fase 5% do total dos inscritos sendo selecionados pela ordem decrescente de notas. Na primeira fase os alunos realizam a avaliação na própria escola e as questões são apresentadas na forma objetiva totalizando 20 questões.

As escolas participantes da olímpiada são responsáveis pela correção, seleção e envio do gabarito dos alunos para a segunda fase. A segunda fase é realizada em centros de aplicação, sempre aos sábados[35], sendo que as questões são apresentadas na forma subjetiva totalizando 5 questões e corrigidas pelos responsáveis pela OBMEP.

O *corpus* da nossa pesquisa são as avaliações da primeira fase da OBMEP. Pretendemos realizar uma análise discursiva destas avaliações. Percebemos e nos surpreendemos que as avaliações dos 3 níveis apresentam questões idênticas, em média umas três questões. Daremos ênfase à análise discursiva destas questões, partindo do seguinte questionamento: como alunos de seriação tão diferentes quanto alunos do 6º ano e 3º ano do ensino médio são submetidos à responderem a mesma questão? Que tipo de questões podem ser igualmente resolvidas por alunos de seriações diferentes? E que sentidos são produzidos aí para esses sujeitos que constituem o público-alvo dessas avaliações?

De acordo com Orlandi (2015, p. 64):

> Inicia-se o trabalho da análise pela configuração do corpus, delineando-se seus limites, fazendo recortes, na medida mesma que se vai incidindo um primeiro trabalho de análise, retomando-se conceitos e noções, pois a análise de discurso tem um procedimento que demanda um ir-e-vir constante entre teoria, consulta ao corpus e análise.

Começamos nossa análise comparando as avaliações de três anos, a saber: o ano de 2005 por se tratar da primeira OBMEP; 2010 por ser um ano intermediário e 2015 que foi a última avaliação que obtivemos acesso às avaliações e gabaritos. No ano de 2016, quando começamos a pesquisa, ainda não haviam sido disponibilizadas no site as avaliações e os gabaritos.

Fizemos um recorte das questões comuns da OBMEP dos três níveis da primeira fase da olimpíada para analisar os efeitos de sentidos que são produzidos aí, considerando que se trata das mesmas questões resolvidas por alunos de seriação diferentes. Vale dizer que compreendemos esse trabalho de recorte conforme Orlandi (2012b, p. 26) que afirma que: “o recorte é uma unidade discursiva. Por unidade discursiva entendemos fragmentos

[35] Os alunos que não podem realizar as provas aos sábados por convicções religiosas (sabatistas), farão a prova após o pôr do sol. A escola tem que comunicar a OBMEP antecipadamente, a relação dos alunos, para que ela organize esta aplicação.

correlacionados de linguagem-e-situação. Assim um recorte é um fragmento da situação discursiva".

Em uma análise inicial dos três anos, percebemos como o avanço tecnológico influencia no formato das avaliações. Na Olimpíada de 2005 e 2010 as imagens são todas em preto e banco e no ano de 2015 já são coloridas e apresentam uma melhor qualidade de imagem e diagramação. Em todos os anos há uma regularidade em apresentar algumas questões seguidas por uma imagem ilustrativa.

Antes de começar a análise do enunciado das questões, fizemos uma análise das avaliações como um todo buscando regularidades e diferenças. Analisamos o logo das avaliações, as instruções e as diferentes formulações encontradas nas questões. Toda a análise foi realizada nos níveis 1, 2 e 3 nos anos de 2005, 2010 e 2015, totalizando nove avaliações, que se encontram no Anexo A.

3.3.2 Análise das instruções das avaliações

As instruções em uma avaliação são a primeira parte textual de uma prova. Elas é que vão nortear o trabalho do sujeito-aluno ao longo do trabalho, sendo que alguns itens são mais relevantes que outros. Nas orientações para os professores aplicarem as avaliações, há uma recomendação de que 15 minutos antes da aplicação das provas, os professores aplicadores leiam as instruções para os alunos.

A análise das instruções pretendeu mostrar o que se modificou ao longo dos anos e se essa mudança pode interferir na resolução da prova.

Orlandi (2015, p. 62) afirma que:

> A análise é um processo que começa pelo próprio estabelecimento do corpus e que se organiza face à natureza do material e à pergunta (ponto de vista) que o organiza. Daí a necessidade de que a teoria intervenha a todo momento para 'reger' a relação do analista com o seu objeto, com os sentidos, com ele mesmo, com a interpretação.

Considerando isto, passamos às nossas análises. Fizemos um recorte das instruções das três avaliações de 2005, 2010 e 2015, que se encontram na primeira página de cada avaliação, apresentando aos alunos as informações necessárias para realizarem as provas. O nosso objetivo foi procurar as regularidades e dispersões em cada avaliação.

Na parte superior das avaliações de 2005, 2010 e 2015 (Recortes 1, 2 e 3, respectivamente), encontramos um logo do lado esquerdo e a frase “Somando novos talentos para o Brasil”. Este logo é uma regularidade do objetivo da olimpíada, que é “incentivar e descobrir novos talentos na área de Matemática”, conforme anunciado no próprio site oficial da OBMEP.

Do lado direito temos as informações: nível da avaliação, qual série se destina e a data. Percebemos que as primeiras cinco avaliações do nível 1 da OBMEP ocorreram no segundo semestre, em agosto. A partir de 2010, elas passaram para o primeiro semestre.

Vejamos os recortes dos cabeçalhos das avaliações abaixo:

*Figura 3 - **RECORTE 1**: Avaliação da OBMEP ano 2005 (OBMEP, 2016)*

*Figura 4 - **RECORTE 2**: Avaliação da OBMEP ano 2010 (OBMEP, 2016)*

*Figura 5 - **RECORTE 3**: Avaliação da OBMEP ano 2015 (OBMEP, 2016)*

Percebemos, pelos recortes, que no ano de 2005 as imagens das avaliações eram em preto e branco e em 2010 e 2015 já são coloridas. Uma outra modificação é que em 2015 as folhas são coloridas, fase 1 amarelo claro (recorte 3), fase 2 rosa (recorte 4) e fase 3 azul (recorte 5) e nas avaliações dos anos anteriores (2005 e 2010) a folha era branca. A diferenciação nas cores das provas facilita a distribuição para cada nível, mas será que a troca das cores, não tem relação com algo mais cognitivo como: será que esta diferenciação não ajuda o aluno a dissociar esta avaliação das avaliações de matemática aplicadas pela escola? Ou será que a mudança nas cores tem relação com as provas do

ENEM que também são coloridas? Há uma espécie de ‘intertextualidade’ pensando nas formulações dessas provas.

*Figura 6 - **RECORTE 4**: Avaliação da OBMEP ano 2015, Nível 2 (OBMEP, 2016)*

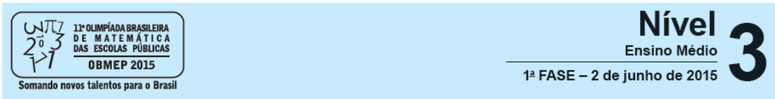


*Figura 7 - **RECORTE 5**: Avaliação da OBMEP ano 2015, Nível 3 (OBMEP, 2016)*

Logo abaixo do cabeçalho vem as instruções numeradas de 1 a 9. Observamos nas instruções algumas regularidades e mudanças referentes aos três anos de análise:

1) O primeiro item foi mudado da primeira olimpíada para as demais, conforme podemos verificar nos recortes abaixo:

“**1.** A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).” (2005)

*Figura 8 - **RECORTE 6** - Avaliação da OBMEP - ano 2005, Nível 3 (OBMEP, 2016)*

“1. Preencha o cartão resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.” (2010 e 2015)

*Figura 9 - **RECORTE 7** - Avaliação da OBMEP - ano 2015, Nível 3 (OBMEP, 2016)*

Este item 1 era o item 2 da avaliação de 2005:

“**2.** Preencha o cartão resposta com seu nome e data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.” (OBMEP, 2005)

*Figura 10 - **RECORTE 8** - Avaliação da OBMEP - ano 2015, Nível 3 (OBMEP, 2016)*

Percebemos o avanço da tecnologia, pois quase todos hoje têm celulares (smartphones), o que não acontecia em 2005 de igual modo, a nosso ver. Outro item que foi alterado foi a inclusão do sexo. No item 6 da avaliação de 2015, há uma modificação também onde foi inclusa a proibição de *tablets*; nas avaliações de 2005 e 2010 não aparecia o equipamento eletrônico *tablets.* Vejamos o enunciado:

“Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.” (OBMEP, 2015)

*Figura 11 **- RECORTE 9** - Avaliação da OBMEP - ano 2015, Nível 3 (OBMEP, 2016)*

Os dois últimos itens das avaliações são idênticos em todos os anos. Todas as páginas são numeradas e contêm o ano de sua realização, além do nome OBMEP.

3.3.3 Análise do Logo das OBMEP nos anos 2005, 2010 e 2015

*Figura 12 - **RECORTE 10** - Logos das OBMEP (OBMEP, 2016)*

Recortamos os três logos das avaliações das OBMEP dos anos 2005, 2010 e 2015 para uma análise e notamos, à primeira vista, uma diferenciação em relação ao fundo de cada logo, por serem de cores diferentes, porém percebemos três regularidades nos logos dos três anos:

1) a primeira delas é a mesma imagem de uma pessoa (um rapaz?) formado/constituído/composto por números: um símbolo representativo da olímpiada. Os números utilizados envolvem tantos os números ordinais quanto os números cardinais. De acordo com Nunes (2017): os números cardinais são os que representam o resultado de um cálculo e os números ordinais são utilizados para representar uma posição. Por exemplo, na imagem temos: números cardinais: 1, 2, 3 e somente um número ordinal "1º".

E também os números podem ser classificados quanto aos conjuntos numéricos, no caso temos números naturais (1, 2, 3) e um número irracional (π). Número natural é todo número inteiro positivo, já os números racionais são os números que não podem ser representados na forma de fração. (SILVA, 2017). O π pode ser considerado um dos mais significativos em relação aos conjuntos dos números irracionais. Não sabemos se a escolha dos números foi aleatória, mas nos parece muito relevante os números escolhidos, pois abrange tanto a questão dos números ordinais e cardinais quanto a questão dos conjuntos numéricos.

*Figura 13 - **RECORTE 11** - Símbolo da OBMEP*

2) a segunda regularidade é o slogan: “Somando novos talentos para o Brasil” que é uma representação do objetivo da olimpíada. Segundo o site oficial da OBMEP (2016), a olimpíada “tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área”.

3) a última regularidade é o texto ao lado da imagem com informações referentes à edição da olímpiada bem como ao ano em que ocorreu.

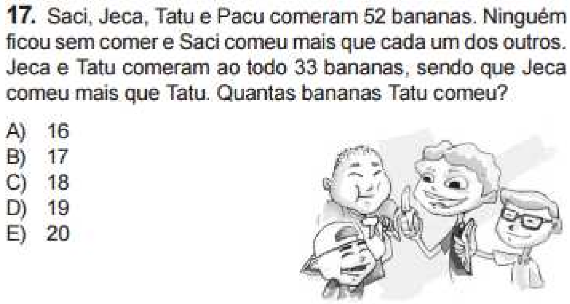
3.3.4. As diferentes formulações das questões da OBMEP

Observamos, nos enunciados das avaliações da OBMEP, o que classificamos como três tipos de formulações, que são: questões somente com um texto, questões com um texto e imagem apenas ilustrativa e questões com texto e imagem, sendo a imagem parte integrante do texto, pois sem ela não é possível responder as questões. Selecionamos três questões para ilustrar os tipos de formulações de que falamos:

1) A formulação da questão é apenas um texto. Abaixo apresentamos um recorte de uma questão da olimpíada do nível 3:

> (OBMEP, 2015, questão 18) Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

2) Apresenta um texto e uma imagem, porém esta imagem não é essencial para realizar a resposta, é apenas ilustrativa. Este é um recorte da questão do nível 2 do ano de 2010:


17. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20

*Figura 14 - **RECORTE 12** - Questão 17 da OBMEP 2010 - nível 2 (OBMEP, 2016)*

3) A imagem é a própria formulação da questão, sem a imagem a pergunta ficaria incompleta. Não seria possível responder a questão sem a imagem. Observa-se que esta é uma questão da OBMEP (2005) e que a qualidade da diagramação não é tão boa quanto as outras. Esta foi uma questão proposta nos três níveis da olimpíada:

7. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

*Figura 15 - **RECORTE 13** - Questão 7 da OBMEP 2005 - todos os níveis (OBMEP, 2016)*

Em uma análise inicial dos anos de 2005, 2010 e 2015, percebemos como o avanço tecnológico interfere na formulação das avaliações. Nas olimpíadas de 2005 (Figura 10) e 2010 (Figura 11), as imagens são todas em preto e branco e no ano de 2015 (Figura 12), já são coloridas e apresentam uma melhor qualidade de imagem e diagramação. Em todos os anos há uma regularidade em apresentar as questões seguidas por uma imagem ilustrativa:

20. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

*Figura 16 - **RECORTE 14** - Questão 20 - todos os níveis (OBMEP, 2016)*

As questões apresentadas, por terem formulações diferentes (somente texto, e texto e imagem), produzem diferentes processos de significação ao sujeito aluno.

Orlandi (2012, p. 14) propõe “que se considere o texto, em sua materialidade, como uma ‘peça’ com suas articulações, todas elas relevantes para a construção do sentido”. Interessante observar como a imagem aliada ao texto produz a construção do sentido, mesmo que seja no segundo tipo em que a imagem é somente ilustrativa.

O sujeito aluno, ao interpretar as questões, se filia a uma rede de filiações de sentido e, considerando as determinações ideológicas e a historicidade podemos perceber, pela prática em sala de aula, as diferentes formas de respostas a um mesmo problema. Alguns alunos são mais “teóricos” sempre utilizando fórmulas, outros utilizam esquemas para explanar a solução encontrada e até mesmo desenhos são apresentados. Estamos nos referindo às questões de resolução de problemas, que são amplamente sugeridas pelos PCNs e são o foco das questões da OBMEP.

No próximo item, faremos uma análise das questões do nível 1 da OBMEP, que são comuns aos três níveis da Olimpíada, para buscar compreender os efeitos de sentidos que estas questões podem produzir nos alunos de seriações diferentes.

3.3.5 Análise das questões comuns da OBMEP

A análise das questões comuns aos três níveis da Olímpiada tem como um de seus objetos de estudo a pergunta: Como as questões comuns da OBMEP constituem o saber matemático partindo do pressuposto que alunos, independente da sua seriação, são capazes/aptos a resolvê-las?

Em um primeiro momento separamos as avaliações do ano de 2005 por nível e verificamos quais questões são comuns aos três níveis. Encontramos três questões apresentadas nos recortes 15, 16 e 17.

A primeira questão foi a de número 7 do nível 1, sendo de número 3 no nível 2 e a primeira questão do nível 3. Esta questão aborda o conteúdo curricular: fração (números racionais).

7. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

*Figura 17 - **RECORTE 15** (OBMEP, 2016)*

Resposta: **D**

A segunda questão foi a de número 19 do nível 1, sendo questão 11 no nível 2 e questão 4 no nível 3. Esta questão aborda o conteúdo curricular: tratamento da informação (gráficos).

19. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?

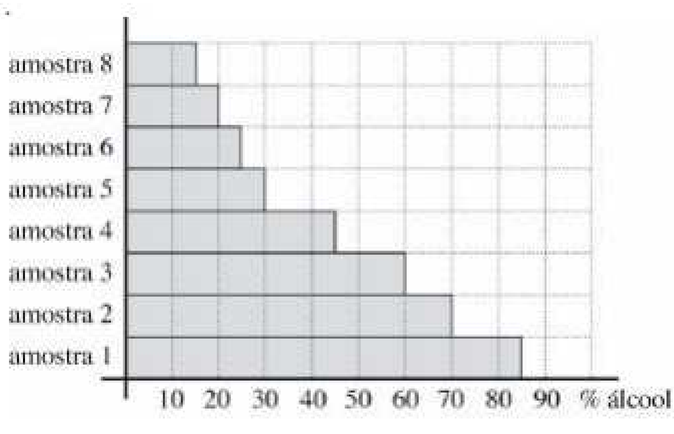


*Figura 18 - **RECORTE 16** (OBMEP, 2016)*

E a terceira questão de número 1, nível 1, questão 9 tanto no nível 2 quanto no nível 3. A questão aborda o conteúdo curricular: números naturais.

15. Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

(A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

*Figura 19 - **RECORTE 17** (OBMEP, 2016)*

Em um segundo momento separamos as avaliações do ano de 2010 por nível e verificamos quais questões são comuns aos três níveis. Encontramos três questões apresentadas nos recortes 18, 19 e 20.

A primeira questão em comum aos três níveis é a de número 17 no nível 1, questão 16 (nível 2) e questão 6 (nível 3). O Conteúdo curricular é *números naturais* (resolução de problemas).

17. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20

Resposta: **A**

*Figura 20 - **RECORTE 18** (OBMEP, 2016)*

A segunda questão é a de número 19 (Nível 1), questão 15 (nível 2) e questão 4 (nível 3). O conteúdo curricular é números naturais.

19. A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km
B) 41 km
C) 128 km
D) 179 km
E) 215 km

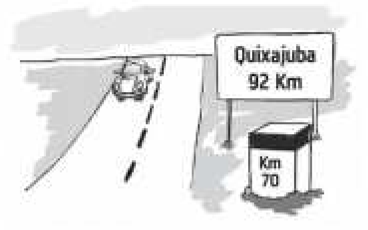


*Figura 21 - **RECORTE 19** (OBMEP, 2016)*

E a terceira questão é a de número 20 (nível 1), número 18 (nível 2) e número 11 (nível 3). O conteúdo curricular é: lógica.

20. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".
- Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

*Figura 22 - **RECORTE 20** - (OBMEP, 2016)*

A questão 20 é uma questão de lógica matemática, sendo que lógica não aparece como conteúdo a ser estudado em nenhum dos anos nos PCNs.

Em um terceiro momento separamos as avaliações do ano de 2015 por nível e verificamos quais questões são comuns aos três níveis. Encontramos três questões apresentadas nos recortes 21, 22 e 23.

A primeira questão é a de número 18 (nível 1), número 13 (nível 2) e questão 9 (nível 3). O conteúdo curricular é geometria.

18. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm

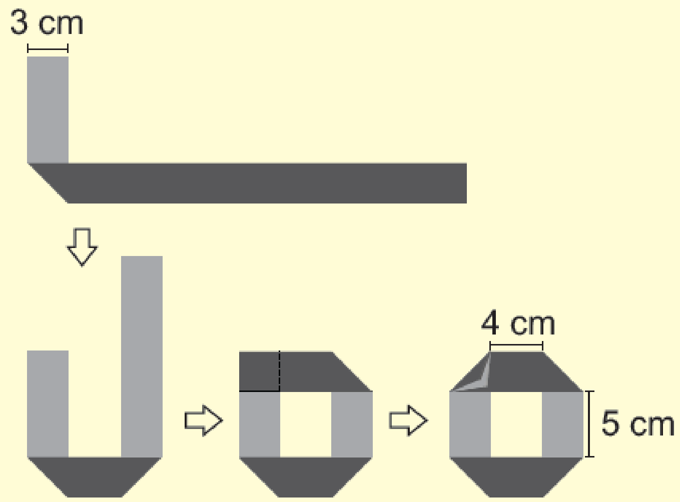


*Figura 23 - **RECORTE 21** (OBMEP, 2016)*

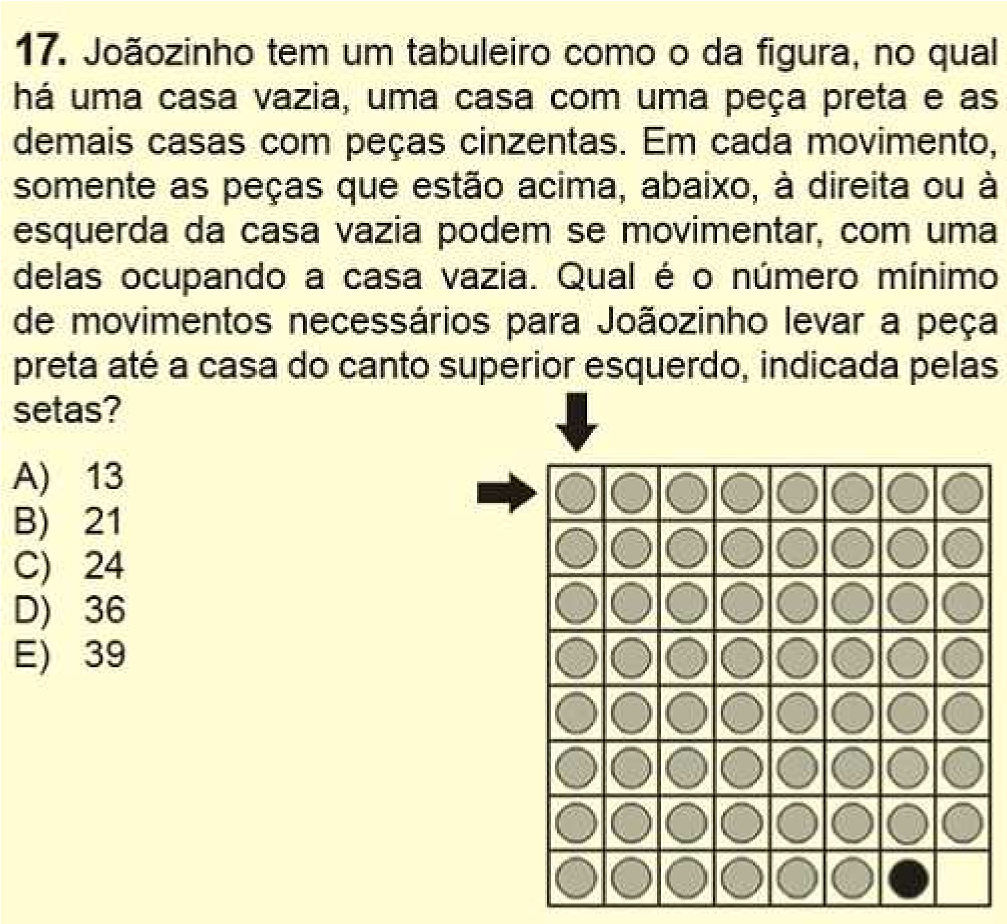
A segunda questão é de número 20 (níveis 1 e 2) e número 15 (nível 3). O conteúdo curricular é lógica.

20. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

*Figura 24 - **RECORTE 22** (OBMEP, 2016)*

A terceira questão é de número 17 (nível 1), número 16 (nível 2) e número 11 (nível 3). O conteúdo curricular é números naturais (raciocino lógico)



17. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzentas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

A) 13
B) 21
C) 24
D) 36
E) 39

*Figura 25 - **RECORTE 23** (OBMEP, 2016)*

A primeira regularidade encontrada foi a quantidade de questões em comum por avaliação, nos três anos analisados: 2005, 2010 e 2015 apresentam três questões em comum. Uma outra regularidade é que a maioria das questões precisa de um raciocínio lógico da matemática, não sendo necessária uma fórmula ou algum conteúdo específico da disciplina.

Em uma análise inicial, percebemos que nenhuma das questões envolve algum conhecimento mais técnico da matemática. Pensamos em conhecimento técnico no sentido de não precisar de fórmulas ou um conhecimento mais avançado do saber matemático. E no próprio site da OBMEP, o coordenador da OBMEP, Landim[36] (2015) afirma que: "Foram escolhidos problemas que requerem, mais do que qualquer conhecimento prévio em Matemática, imaginação e raciocínio. Tentou-se ao máximo apresentá-los em uma ordem crescente de dificuldade".

Na análise das questões da OBMEP, de uma perspectiva discursiva, é preciso fazer algumas considerações a respeito da relação linguagem, discurso e interpretação. A 'Linguagem Matemática' das/nas questões da OBMEP, parece projetar aos sujeitos professores que haverá apenas uma resposta, o que nos leva a considerar que funciona aí a ideia de que a linguagem é transparente. Porém, o sujeito aluno constituído da língua, da história e da ideologia, ao interpretar se significa, isto é, produz efeitos de sentido. O sentido não é único, pois como afirma Orlandi (2012, p. 9) "...os sentidos não se fecham, não são evidentes, embora pareçam ser". E Silveira (2011) contribui nesse sentido afirmando que a linguagem matemática é universal, porém o sujeito aluno é polissêmico.

3.3.6 A questão da *interpretação* nas avaliações da OBMEP

Analisamos os enunciados das questões, verificando a adequação do conteúdo proposta na questão da prova, com os conteúdos curriculares e as formas de linguagem utilizadas. Procuramos identificar, ainda, os possíveis gestos de interpretação e efeitos de sentido que os enunciados poderiam produzir nos sujeitos alunos.

A primeira questão em comum apresentada foi a representada na Figura 17, sendo o conteúdo curricular abordado, o tema da *Fração*. Este conteúdo deve ser abordado na escola no ensino fundamental e médio, conforme sugerido pelos PCNs.

Trata-se de um enunciado que consideramos bastante simples, porém, os alunos (de qualquer seriação) têm muita dificuldade em trabalhar com fração e, neste caso, também com a leitura da imagem. Há um pré-construído de que fração é difícil. Normalmente, em sala de aula, trabalha-se com as operações de fração, porém não como foi apresentada na avaliação da OBMEP.

A resposta da questão (ver Figura 17) apresentada no site é:

> As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada.

[36] Claudio Landim – introdução ao Banco de Questões 2015, disponível em: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2015.pdf>, acesso em 05 abril 2016.

> Deste modo, João gastou 3/4 - 1/4 = 1/2 do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou 50 x 1/2 = 25 litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25". (OBMEP, 2016)

O autor da resposta pressupõe que o sujeito saiba que 2/4 é uma fração equivalente a ½, o que nem sempre é verdadeiro. Ele não apresenta primeiro 2/4 simplificando que vai dar ½.

O sujeito aluno para resolver a questão terá que saber ler/interpretar a fração, resolver a operação de subtração, simplificá-la e depois operar com a multiplicação. Deveria ser uma questão simples, pois o conteúdo *fração* é trabalhado desde o quarto ano, porém na prática não é tão simples. Os próprios PCNs trazem que os alunos têm dificuldade em resolver fração e que este conteúdo deverá ser trabalhado de uma forma diferenciada pelos professores. O que podemos ver com isso é a própria opacidade da linguagem.

A segunda questão é a exposta na Figura 18, conforme apresentamos mais acima, cujo conteúdo curricular, à primeira vista, é *tratamento da informação*, porém ao ler o gráfico percebe-se que também é abordada a questão da *porcentagem*. Ambos os conteúdos: tratamento da informação e porcentagem são coerentes com os sugeridos pelos PCNs e CBC para os alunos que realizam as avaliações. Em sala de aula, tem-se trabalhado com tratamento de informação e porcentagem e, nesse sentido, acreditamos ser uma questão com menor dificuldade do que a primeira.

A linguagem matemática é do cotidiano escolar do aluno, porém os alunos terão que saber interpretar o gráfico e saber que para o álcool ter um percentual maior que o da gasolina, o valor deverá ser superior a 50%. Como podemos ver na resposta apresentada pelo site, a explicação dada pelos organizadores/elaboradores da prova é a seguinte: "**(alternativa D)** As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cujas barras horizontais ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3". (OBMEP, 2016[37]). Trata-se aqui de mostrarmos, via esta análise, que a linguagem não é transparente.

A terceira questão é a exposta na Figura 19, que aborda o *número natural*. Este conteúdo é tema de todos os anos do ensino fundamental e médio. É comum no início do

[37] As respostas foram pesquisadas no ano passado, porém no site deste ano também é possível acessar:

ano os professores começarem com uma revisão dos números naturais. Este tipo de questão não é comum na sala de aula e não costuma aparecer nos livros didáticos.

A questão não apresenta nenhum vocábulo técnico. O aluno deverá criar uma estratégia para desenvolvê-la ou escrever todas as possibilidades e depois relatá-las. Neste último caso, o problema é o tempo de resolução para avaliação. A resposta apresentada pelo site aborda uma generalização, o que não é comum no ensino de matemática para aos alunos do nível 1 (7º e 8º anos). Vejamos:

> **(alternativa A)**
> Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7*, *7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 4 x 8 = 32. (OBMEP, 2016)

As Figuras 20 e 21 expõem as questões que abordam *números naturais*. Elas apresentam uma linguagem que consideramos 'simples', porém estes tipos de questões não são muito usuais na sala de aula. As respostas encontram-se no Anexo B[38]. Escolhemos apresentar uma análise mais detalhada somente das questões que têm conteúdos diferenciados das anteriores.

A Figura 22 trata da *lógica matemática* e este conteúdo não aparece nos PCNs e nem no CBC. Alguns livros didáticos trazem exercícios deste tipo, muitas vezes ao final de um capítulo ou como uma atividade de desafio. O aluno, para resolvê-la, precisa criar estratégias de resolução. Não é uma questão simples e uma das dificuldades reside no fato de quase não ser trabalhada em sala de aula.

O site apresenta a resposta, em forma de tabelas, conforme a seguir:

ALTERNATIVA D
Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

		é	diz que	logo
1	**Adriano**	um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	**Bruno**	uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	**Carlos**	uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

[38] As respostas de todas as questões das avaliações analisadas dos anos 2005, 2010 e 2015 encontram-se em anexo.

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

		é	diz que	logo
1	**Adriano**	uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	**Bruno**	um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	**Carlos**	um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

		é	diz que	logo
1	**Adriano**	uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	**Bruno**	um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	**Carlos**	um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

A Figura 23 trata do conteúdo de *geometria* sendo que, lendo o enunciado, pensamos em uma questão que vai envolver o conteúdo *ângulo*, porém, ao analisar o enunciado juntamente com a imagem, percebemos que não é necessário saber trabalhar com os ângulos e nem com a sua teoria.

Esta questão é muito mais uma questão de *dobraduras*, de conseguir refazer como foi feita a figura do que qualquer teoria. A resposta apresentada é bem didática, porém os alunos que normalmente são classificados para a segunda fase, não apresentam este tipo de resultado. A resposta apresentada pelo site foi:

ALTERNATIVA D
A figura ao lado mostra como fica a tira se desfizermos a última dobra realizada por Júlia. Observemos que a fita está com uma sobreposição na região quadrada indicada pela letra A. Para medir o comprimento da tira, vamos medir os segmentos indicados na figura, pelas letras P, Q, R, S e T, que compõem a borda da tira, destacada pela linha preta mais grossa. Para isso, indicaremos o comprimento de um segmento, em centímetros, escrevendo seus pontos extremos. Por exemplo, escreveremos PQ para representar o comprimento do segmento que une os pontos P e Q. Temos:
PQ = 3+4+3 = 10 QR = 5 RS = 3+4+3 = 10 ST = 5+3 = 8
Portanto, o comprimento da tira é igual a 10 + 5 + 10 + 8 = 33 cm.

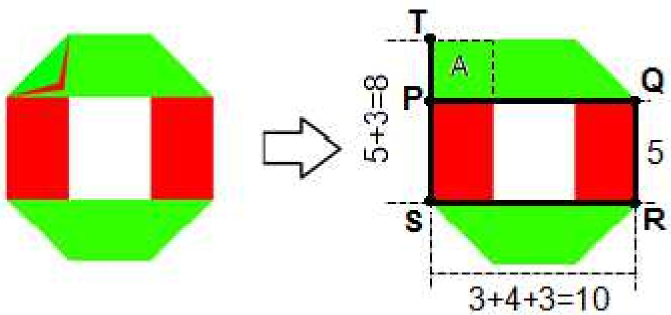


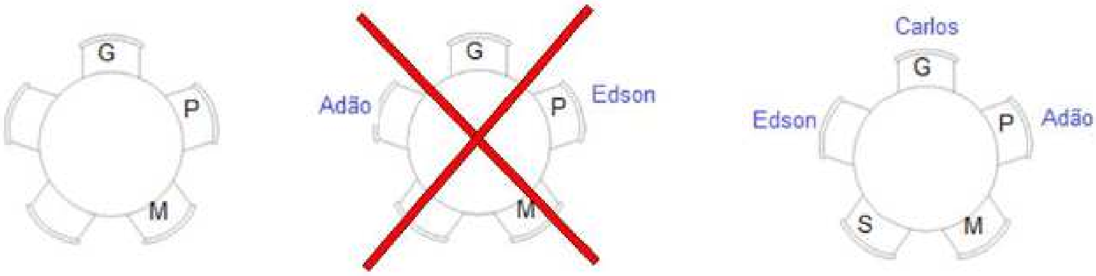
*Figura 26 – **RECORTE 24** - Resposta da OBMEP para a questão 18 (OBMEP, 2016)*

A Figura 24 traz uma questão de resolução de problemas, que pede o raciocínio lógico para resolvê-la e até mesmo a questão de tentativa e erro. Uma forma de resolvê-la é imaginar a mesa ou desenhá-la: distribui-se os personagens ao redor da mesa, conforme o enunciado, e vai tentando acertar onde cada um tem que estar sentado seguindo as orientações do enunciado.

A resposta apresentada no site mostra bem esta questão de tentativa e erro. Parece que o responsável por elaborar a questão, ao trazer a imagem junto ao enunciado, queria dar uma dica em como resolvê-la.

ALTERNATIVA D

O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.

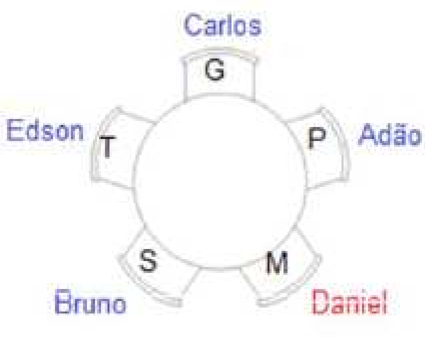
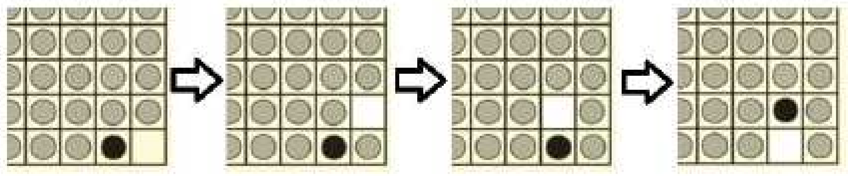


*Figura 27 – **RECORTE 25** - Resposta da OBMEP à questão 20 (OBMEP, 2016)*

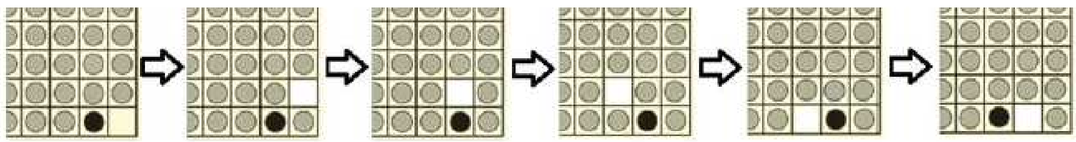
A última figura é de números naturais, porém é muito raro este tipo de questão na sala de aula. Ela envolve trabalhar com lateralidade, raciocínio, tentativa e erro. O sujeito aluno precisa ler com atenção para compreender como é o movimento da peça, como a peça pode ser movimentada. Trata-se de uma questão que demanda tempo para pensar e resolver.

A resposta do site mostra bem a questão de tentativa e erro:

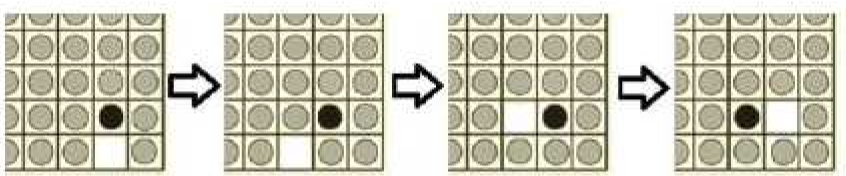
ALTERNATIVA E
Joãozinho precisa levar a peça preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, indicado pelas setas. Para fazer isso, a peça preta precisa andar para cima e para a esquerda, sem nunca voltar com ela para a direita ou para baixo. Inicialmente, Joãozinho deve andar com a pedra preta para cima, fazendo três movimentos, indicados na figura abaixo:



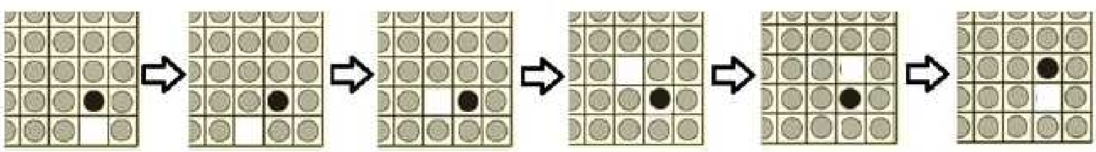
Ele deve andar com a pedra preta para cima, pois a outra possibilidade (andar com a pedra preta para a esquerda) requereria cinco movimentos, veja:



Como ele quer realizar o menor número possível de movimentos, ele opta em movimentar a pedra preta para cima, realizando três movimentos.
Após fazer isto, ele deve andar com a pedra preta para a esquerda, fazendo novos três movimentos



Se ele optasse por andar com a pedra preta para cima faria cinco movimentos, veja:



Deste modo, sempre optando em realizar o menor número de movimentos, ele escolhe mover a pedra preta para a esquerda, com outros três movimentos.
Assim, para levar a pedra preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, com o menor número de movimentos possível, Joãozinho deve andar com a pedra preta sete casas para cima e seis casas para a direita, alternando esses movimentos e começando para cima, gastando sempre três movimentos cada vez que a pedra preta andar uma casa. Logo, o número mínimo de movimentos necessários é 3×7+3×6=21+18=39.

*Figura 28 – **RECORTE 26** - RESPOSTA DA OBMEP À QUESTÃO 17 (OBMEP, 2016)*

A maior parte dos conteúdos matemáticos abordados pelas questões: fração, números naturais, geometria e tratamento da informação, são integrantes dos conteúdos curriculares propostos pelos PCNs e, no caso de Minas Gerais, pelo CBC, para o ensino fundamental e médio. O único conteúdo que não aparece na avaliação da OBMEP é o de *Lógica*.

Ao analisar os conteúdos das nove questões, temos: 01 questão de fração, 01 de tratamento da informação/porcentagem, 01 de geometria, 01 de lógica e 05 questões de números naturais. As questões de números naturais são bem distintas, demandando métodos diferentes para resolvê-la. Parece haver uma preocupação em realmente trazer questões em comum que alunos de qualquer série ou idade possam resolvê-las, baseando-se nos conteúdos curriculares estudados. O que está em questão para nós, não é propriamente o tema/conteúdo das questões, mas o tipo de questão apresentada, a sua linguagem, a sua formulação e a demanda de um certo raciocínio lógico para resolvê-las.

Para Silveira (2016, p. 15):

> Os signos matemáticos que adquirem vida própria na sua estrutura, e que para os alunos são “abstratos e sem sentido”, são diferentes das palavras da linguagem usual, que são dotadas de diferentes sentidos e que são bem mais sedutoras na perspectiva do aluno.

Considerando o que afirma Silvera, acima, realmente, podemos compreender que não é necessário aplicar fórmulas, desenvolver conteúdos matemáticos mais complexos, mas as questões precisam ser lidas (e formuladas) com atenção para a linguagem verbal, sobretudo. Muitas vezes se formula ‘uma linguagem’ que não é usual para o aluno, não é do seu cotidiano e a interpretação é parte fundamental no processo de resolução da prova.

Quanto aos autores/formuladores das questões da OBMEP e os organizadores da avaliação, percebemos que eles tratam a interpretação como um fator simples/óbvio/evidente com o imaginário de que os sujeitos alunos, a partir do momento que sabem ler e escrever na língua portuguesa, conseguirão responder qualquer pergunta. Porém, os resultados das avaliações têm mostrado o contrário disso, e os estudos realizados pelo CGEE têm mostrado também a dificuldade dos alunos diante das questões.

Uma das explicações que podemos sugerir para a questão da dificuldade dos alunos é o trabalho com a noção de interpretação, pois como afirma Orlandi: “A noção de interpretação passa por ser transparente quando na realidade são muitas e diferentes suas definições. “ (2012, p. 9)

A interpretação está presente em toda e qualquer manifestação da linguagem. Sem perceber estamos interpretando. Os sujeitos produzem diferentes gestos de interpretação, já que diferentes linguagens, com suas diferentes materialidades, têm significados de modos diferentes. (ORLANDI, 2012)

Assim, a análise que realizamos das questões da OBMEP, visam explicitar como os enunciados matemáticos se materializam em discursos. Trata-se da discursividade em funcionamento na OBMEP. Na/pela interpretação destes discursos percebe-se a incompletude da linguagem. A linguagem é constituída de efeitos de sentidos diversos trazidos pelos diferentes sujeitos. A articulação da língua com o simbólico denuncia o caráter de incompletude: nem os sentidos, nem os sujeitos estão completos, conforme Orlandi (2015).

Os pré-construídos em torno da disciplina Matemática são relevantes para nosso estudo, pois vários sujeitos alunos são constituídos pelos dizeres da dificuldade da matemática e, como dissemos, um discurso sempre está em relação com outro discurso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante esta pesquisa estive tomada por muitas inquietações, sendo que uma delas me levou ao meu objeto de pesquisa que foi analisar os efeitos de sentidos produzidos pela discursividade em funcionamento nas avaliações da OBMEP, em que alunos de seriações diferentes resolviam questões em comum.

Vivemos em um mundo educacional que se pretende extremamente linear, desde os primeiros anos até a universidade. No curso de licenciatura fomos formados no sentido de compreender que a matemática é linear, que primeiro aprendemos os números, para depois chegar às letras e há sempre uma sequência a ser seguida, um algoritmo. Então, o fato de alunos resolverem questões iguais sendo de seriações diferentes, pareceu, em princípio, extremamente fora do lugar comum.

Percebemos que as questões em comum apresentadas no Capítulo 3, são questões que não são específicas, de uma forma geral, a nenhum conteúdo mais abstrato e nem exigem um conhecimento técnico específico em matemática. As questões são elaboradas/pensadas de maneira que o sujeito aluno, de qualquer seriação, possa resolvê-las.

A proposta da OBMEP é muito interessante, pois procura mostrar que se os alunos sabem ler, interpretar, analisar, e podemos até dizer planejar seus movimentos, todos deveriam estar aptos a resolver as situações problemas sugeridas pela OBMEP e que deveria ser "fácil" resolvê-las, pois o foco não são fórmulas, processos, mas sim o que sempre ouvimos falar e já é um preconcebido da matemática: saber raciocinar. Inclusive, há um pressuposto de que somente por meio da matemática é possível desenvolver o "raciocínio". Ao realizar a nossa pesquisa, percebemos que na realidade não é isso que ocorre, pois a linguagem, a interpretação (à qual estamos convocados o tempo todo a realizar), a análise, produz efeitos de sentido diferentes nos sujeitos alunos e, nesse sentido, não há como não repetir: A LINGUAGEM não é TRANSPARENTE.

A OBMEP é uma política pública de ensino que tem como objetivo melhorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, bem como buscar "novos talentos", conforme enunciado no site oficial da OBMEP. Os seus objetivos, na teoria, bem como os da LDB, PCNs e CBC (Minas Gerais) são muito válidos e motivadores, ou deveriam ser, porém, percebemos que na prática isto não tem ocorrido como se propõe. E isso se deve a diversos fatores estruturais da sociedade, como: o precário espaço físico nas salas de aula, o excesso de alunos por sala e a falta de material de apoio.

A pesquisa feita pelo CGEE mostra que há aspectos positivos e negativos em relação à OBMEP e um dos aspectos negativos é justamente a questão da linguagem, posta como um problema a ser superado pelos sujeitos alunos.

Não existe uma regra/teoria do que deve ser feito para melhorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, mas sim um caminho que é reconhecer que nem tudo é igual a 2 mais 2 serem quatro. É preciso considerar que o sujeito aluno é polissêmico, que há gestos de interpretação, que o efeito de sentido que uma questão provoca para um aluno pode não ser o mesmo para outro.

Um dos problemas da dificuldade do aluno com a leitura e com a compreensão da "linguagem matemática" é que não há um único sentido. Para dar significado a seus símbolos, é preciso que o aluno interprete cada símbolo e para interpretar é preciso que ele veja o objeto que o símbolo representa. O sujeito aluno reinterpreta o conceito quando projeta nele novos sentidos, ele produz sentidos diferentes, mas "o conceito" continua "o mesmo". Para atribuir sentidos o sujeito aluno é afetado por suas experiências vividas e por sua memória. O conceito não é definitivo nem o aluno é completo, pois os dois estão em constante mudança, já que o discurso está sempre em movimento, como afirma Orlandi.

É preciso ressaltar, no entanto, que, não temos o propósito de individualizar e responsabilizar, não se trata de buscar culpados pelas falhas nas práticas de ensinar e de avaliar, mas de (re)pensar e (re)organizar as práticas discursivas que estruturam as relações estabelecidas no contexto escolar, lembrando que há sempre uma relação de contradição e de não controle entre o dizer e o querer dizer.

Em nosso trabalho apareceram muitos questionamentos a respeito das relações entre: matemática/linguagem, resolução de problemas/metodologia, além de outros pontos que não foram possíveis de serem trabalhados nesta dissertação (e também não era parte de nossos objetivos), mas que se colocaram como pontos a serem investigados em futuros trabalhos.

A matemática não é exata, pois ela é constituída pela linguagem.

Ao concluir esta dissertação esperamos contribuir com a continuidade das discussões a esse respeito, alertando para a necessidade em se repensar os processos de implantação de novas políticas públicas no ensino não só de matemática, mas de qualquer disciplina.

Esperamos contribuir também para uma efetiva reflexão sobre as condições de produção do ensino da matemática nas Ciências da Linguagem, pois há um pré-concebido de que a Linguagem é específica da Língua Portuguesa. Parece haver um apagamento de que para o processo de ensino e aprendizagem, todas as disciplinas precisam da língua(gem), interpretação, leitura, etc. e as ciências da linguagem é um campo que interessa a todos nós, efetivamente.

REFERÊNCIAS:

ALTHUSSER, L**. Ideologia e aparelhos ideológicos de Estado.** 3 ed. Lisboa: Editorial Presença/Martins Fontes, 1980.

AUROX, S. **Matematização da linguística e natureza da linguagem.** Tradução Débora Massmann, São Paulo: Hucitec, 2012.

BATISTA, R. **"Símbolos olímpicos";** *Brasil Escola*. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/educacao-fisica/simbolos-olimpicos.htm>. Acesso em 22 de agosto de 2017.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR\ (BNCC) Disponível em:< http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 23 nov 2017

CAVALLARI, J.S. **Práticas avaliativas formais e Informais e seus efeitos na constituição identitária do aluno.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2011.

CGEE. Centro de Gestão de Estudos Estratégicos. **Avaliação do impacto da Olímpiada Brasileira de Matemática nas escolas públicas –** OBMEP 2010. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011.

CONTEÚDO BÁSICO COMUM. CBC. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matem%C3%A1tica%20final.pdf> Acesso em: 29 abr 2016.

CONEIN, B. [et al] **Materialidades Discursivas**. Campinas: Editora da Unicamp, 2016.

CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. 17 ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

DIAS, J. P. NOGUEIRA, L. **O Político-Ideológico na (nova) Base Nacional Comum Curricular**: Uma análise discursiva das ‘competências’ e ‘habilidades’ In: VIII SEAD O Seminário de Estudos em Análise do Discurso. O Político na Análise do Discurso: contradição, silenciamento, resistência. Recife. PE 2017

DICIONÁRIO HOUAISS Disponível em: <,http://houaiss.uol.com.br/busca?palavra=linguagem> Acesso em: 19 jun 2016

DICIONÁRIO INFORMAL. Disponível em:< http://www.dicionarioinformal.com.br/sinon%C3%ADmia/> Acesso em: 26 out 2017

FAJARDO, R. A. S. **Lógica Matemática.** Disponível em:< file:///C:/Users/Oem/Downloads/357364746-Logica-Matematica-Rogerio-Augusto-Dos-Santos-Fajardo.pdf> Acesso em: 20 de abr 2016

FERREIRA, M. C. L. **O CARÁTER SINGULAR DA LÍNGUA NA ANÁLISE DO DISCURSO**. Disponível em:< http://seer.ufrgs.br/index.php/organon/article/view/30023/18619 > Acesso em: 06 set 2017.

GADET, F.; PÊCHEUX, M. **A Língua Inatingível**. O discurso na história da linguística. Editora Pontes, Campinas, SP, 2004

LAGAZZI, S. **Linha de Passe**: a materialidade significante em análise. In: Revista RUA v. 16 n.2 Campinas, SP. 2010. Disponível em:<https://periodicos.sbu.unicamp.br /ojs/index.php/rua/article/view/8638825/6431Acesso em 19 nov 2017

LUCKESI, C. C. **Educação, Avaliação Qualitativa e Inovação** . Disponível em: <http://inep.gov.br/documents/186968/485287/Educa%C3%A7%C3%A3o%2C+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Qualitativa+e+Inova%C3%A7%C3%A3o+-+II/da1dace7-5267-48d9-bcde-511fe38a3d53?version=1.0 > Acesso em: 10 jul 2017

MACHADO, J. Disponível em: http://www.chumbogordo.com.br/8310-olimpiada-ou-olimpiadas-por-josue-machado/ Acesso em: 20 jan 2017

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna:** análise de uma impregnação mútua. 6ª ed. Cortez Editora, São Paulo, SP, 2011

MENEZES, L . **Matemática, Linguagem e Comunicação**. Disponível em: < http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/Comunicacao/Proff.pdf > Acesso em: 20 maio 2016.

NOGUEIRA, L. **Discurso, Sujeito e Relações de Trabalho**: a posição discursiva da Petrobras. Tese de Doutorado. IEL/Unicamp, 2015.

OBM. **Olimpíada Brasileira de Matemática. Disponível em:<** http://www.obm.org.br/> Acesso em 10 jul 2017

OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Disponível em<:http:// obmep.org.br> Acesso em 10 mar 2016

______ . Disponível em<:http:// obmep.org.br> Acesso em 10 mar 2017

OLIVEIRA. L. L. A. de, A delinquência e a (im)possibilidade de se significar como autor no discurso matemático. Disponível em:< http://nou-rau.uem.br/nou-rau/document/?code=vtls000220460> Acesso em: 23 jun 2016

ORLANDI, E. P.. **Segmentar ou recortar**. Linguística: questões e controvérsias. Série Estudos 10. Curso de Letras do Centro de Ciências Humanas e Letras das Faculdades Integradas de Uberaba, 1984.

______ . **Discurso e Leitura** São Paulo: Cortez Eeditora,1988

______. **As formas do silêncio** – no movimento dos sentidos. Campinas, Ed. da Unicamp, 1992

______, E.P. **O que é Linguística**. São Paulo: Brasiliense, 2009

______, E.P. (org.) **Discurso e Políticas Públicas Urbanas.** A Fabricação do Consenso. Campinas, Editora RG, 2010

______, E. P. **Discurso e Texto**: Formulação e Circulação dos Sentidos. 4ª Ed, Pontes Editores, Campinas, SP, 2012a.

______, E.P. **Interpretação**: Autoria, leitura e efeitos do trabalho simbólico. 6ª Ed, Pontes Editores, Campinas, SP, 2012b.

______, E.P. **Formação ou Capacitação?:** Duas Formas de Ligar Sociedade e Conhecimento. IN FERREIRA, Eliana Lucia; ORLANDI, Eni Puccinelli. (Org.) Discursos sobre a inclusão. Niterói, RJ: Intertexto, 2014.

______ , E. P. **Análise de Discurso**: Princípios e Procedimentos, 12ª Ed, Editora Pontes, Campinas, SP, 2015

PAYER, M. O. **A aula como espaço-tempo de experimentações de Língua (gem)**. Disponível em: <https://docs.wixstatic.com/ugd/9ea762_c118203710f740feb48b6e3875e3c20b .pdf. >Acesso em: 10 ago 2017.

Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em: 29 abr 2016

Parâmetros Curriculares Nacionais. – Português. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro02.pdf> Acesso em: 20 jun2016.

PÊCHEUX, M. [1975] **Semântica e Discurso**: uma crítica à afirmação do óbvio. 2ª ed., Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

______ **O Discurso**: Estrutura ou Acontecimento. 7ª Ed, Pontes Editores, Campinas, SP, 2015.

PERRENOUD, P. **Avaliação da Excelência à Regulação das Aprendizagens entre Duas Lógicas.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

PFEIFER, C. C. **Políticas Públicas de Ensino**. In: Orlandi, Eni Puccinelli. Discurso e Políticas Públicas Urbanas, Campinas, Editora: RG, 2010.

PLATT, R **Olimpíadas**: os jogos olímpicos através dos tempos. Girassol, Barueri, SP, 2012.

GADET, F.; Pêcheux, M. **A Língua Inatingível**. Pontes Editores, Campinas, SP, 2004.

NUNES, V.: Disponível em<:https://www.matematica.pt/index.php> Acesso em: 31 ago 2017.

SANTOS, E. P. J.; SILVA, F. F. da. **Materialidade Linguística e Materialidade Discursiva.** Disponível em:< http://www.cesadufs.com.br/ORBI/public/uploadCatalago/08324102062014Analise_do _Discurso_I_Aula_6.pdf> Acesso em: 02 nov 2017.

SILVA, L. P. M. **"O que é o conjunto dos números irracionais**?"; Brasil Escola. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-conjunto-dos-numeros-irracionais.htm>. Acesso em 31 de agosto de 2017.

SILVEIRA, M. R.A. **A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno**: ressonâncias de sentido de um discurso. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/18480/14340> Acesso em: 16 mar 2016

______ . **Matemática é Difícil:** Um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes /docs_25/matematica.pdf> Acesso em: 16 mar 2016

SÓ PORTUGUÊS. Disponível em: <http://www.soportugues.com.br/secoes/seman/ seman1.php> Acesso em: 20 jun 2016.

VIEIRA et al. **Avaliação em Matemática: o Erro como Estratégia Pedagógica para o Acerto.** In: EDUCERE, XII Congresso de Educação PUC-PR, 2015. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/16906_7392.pdf > Acesso em: 24 nov 2017.

Anexo A – Avaliações das OBMEP (2005, 2010 e 2015)

1ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2005

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 1

5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental

1ª FASE - 16 de agosto de 2005

Nome do aluno (a): ______________________________

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
2. Preencha o cartão resposta com seu nome e data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão resposta.

Produção: Núcleo de Computação Eletrônica /UFRJ

É com grande alegria que recebemos a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na OBMEP. *Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS

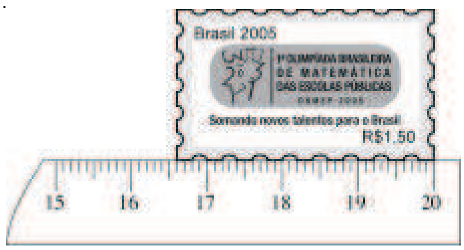
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

1. Qual é o número obtido calculando 2005 – 205 + 25 – 2 ?

(A) 1 773
(B) 1 823
(C) 1 827
(D) 1 873
(E) 2 237

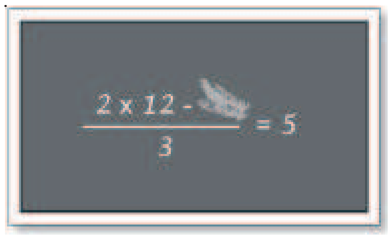
2. Guilherme está medindo o comprimento de um selo com um pedaço de uma régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é o comprimento do selo?

(A) 3 cm
(B) 3,4 cm
(C) 3,6 cm
(D) 4 cm
(E) 4,4 cm



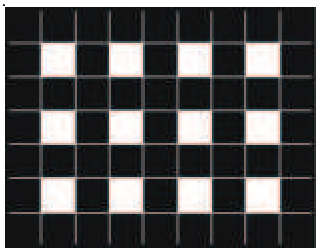
3. Margarida viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura. Qual é o número que foi apagado?

(A) 9
(B) 10
(C) 12
(D) 13
(E) 15

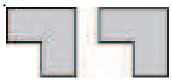


4. O piso de uma cozinha foi revestido de ladrilhos brancos e pretos, conforme a figura. Cada ladrilho branco custou R$ 2,00 e cada ladrilho preto custou R$ 3,00. Quanto foi gasto na compra dos ladrilhos?

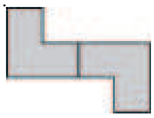
(A) R$ 126,00
(B) R$ 144,00
(C) R$ 174,00
(D) R$ 177,00
(E) R$ 189,00



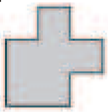
5. As duas peças de madeira a seguir são iguais.

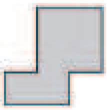


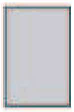
Pode-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o seguinte exemplo.

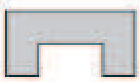


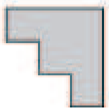
Qual das figuras abaixo representa uma peça que **NÃO** pode ser formada com as duas peças dadas?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

6. Marina, ao comprar uma blusa de R$ 17,00, enganou-se e deu ao vendedor uma nota de R$ 10,00 e outra de R$ 50,00. O vendedor, distraído, deu o troco como se Marina lhe tivesse dado duas notas de R$ 10,00. Qual foi o prejuízo de Marina?

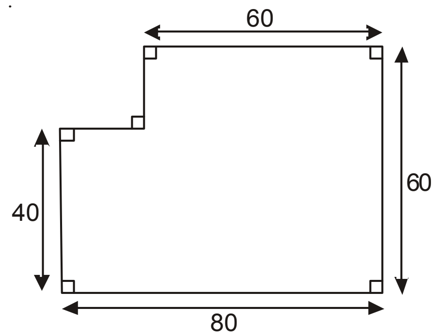
(A) R$ 13,00
(B) R$ 37,00
(C) R$ 40,00
(D) R$ 47,00
(E) R$ 50,00

7. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

8. Daniela quer cercar o terreno representado pela figura. Nessa figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca Daniela terá que comprar?

(A) 140
(B) 280
(C) 320
(D) 1 800
(E) 4 800



As questões 9 e 10 referem-se ao Campeonato Brasileiro de Futebol 2005.

9. O Campeonato 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

(A) 40
(B) 41
(C) 42
(D) 43
(E) 44

10. Um time ganha 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Até hoje cada time já disputou 20 jogos. Se um desses times venceu 8 jogos e perdeu outros 8 jogos, quantos pontos ele tem até agora?

(A) 23
(B) 25
(C) 26
(D) 27
(E) 28

11. Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 2 horas?

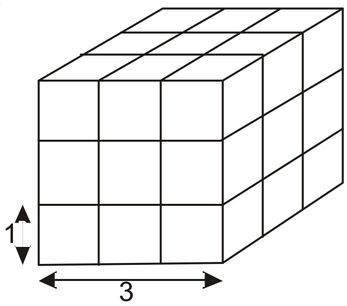
(A) 30º
(B) 45º
(C) 60º
(D) 75º
(E) 90º

12. Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm^2, cinco quadrados de área 4 cm^2 cada um e treze quadrados de área 1 cm^2 cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

(A) 3 cm
(B) 4 cm
(C) 5 cm
(D) 7 cm
(E) 8 cm

13. Um cubo de madeira tem 3 cm de aresta. Duas faces opostas foram pintadas de amarelo e as outras quatro faces foram pintadas de verde. Em seguida o cubo foi serrado em 27 cubinhos de 1 cm de aresta, conforme indicado no desenho. Quantos cubinhos têm faces pintadas com as duas cores?

(A) 16
(B) 18
(C) 20
(D) 22
(E) 24



14. Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

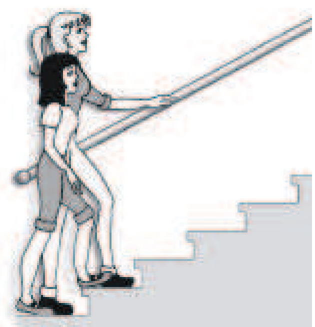
(A) 7 x 5 x 11 x 13 x 2
(B) (2005 – 2003) x (2004 + 2003)
(C) 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17
(D) $5^2 + 3^2$
(E) 3 x 5 + 7 x 9 + 11 x 13

15. Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

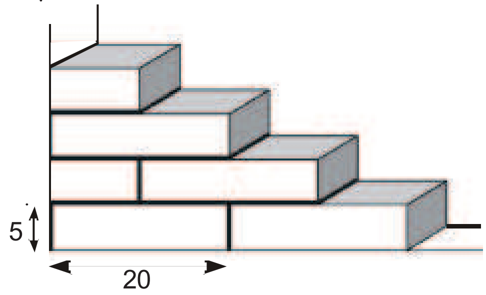
(A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

16. Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante. Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos e Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos. Quando uma delas chegar ao último degrau, quanto tempo faltará para a outra completar a subida?

(A) meio minuto
(B) 40 segundos
(C) 45 segundos
(D) 50 segundos
(E) 1 minuto



17. Valdemar vai construir um muro de 2 m de altura por 7m de comprimento. Ele vai usar tijolos de 5 cm de altura por 20 cm de comprimento unidos por uma fina camada de cimento, conforme indicado na figura. Sabendo que os tijolos são vendidos em milheiros, quantos milheiros Valdemar vai ter que comprar para construir o muro?

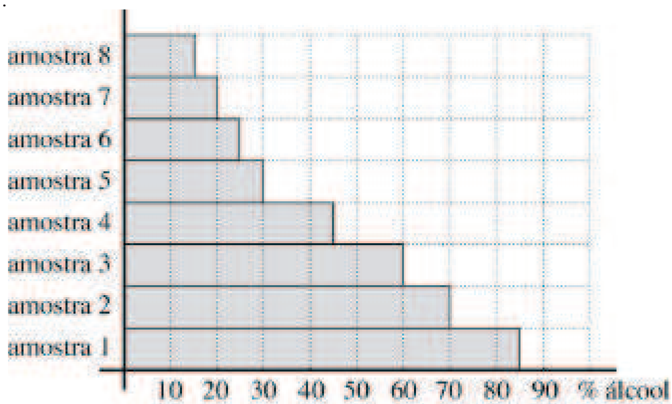


(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

18. Caio e Sueli começaram, separadamente, a guardar moedas de R$ 1,00 em janeiro de 2004. Todo mês Caio guardava 20 moedas e Sueli guardava 30 moedas. Em julho de 2004 e nos meses seguintes, Caio não guardou mais moedas, enquanto Sueli continuou a guardar 30 por mês. No final de que mês Sueli tinha exatamente o triplo do número de moedas que Caio guardou?

(A) agosto
(B) setembro
(C) outubro
(D) novembro
(E) dezembro

19. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

20. O aniversário de Carlinhos é no dia 20 de julho. Em agosto de 2005, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A professora que recebeu a ficha disse: – *Carlinhos, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem 56 anos !* Qual é a idade de Carlinhos?

(A) 11 anos
(B) 12 anos
(C) 13 anos
(D) 14 anos
(E) 15 anos

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 1

5ª e 6ª séries (6º e 7º anos) do Ensino Fundamental

1ª FASE – 8 de junho de 2010

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

   Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

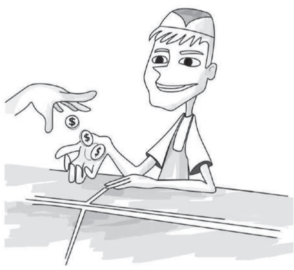
É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 6ª OBMEP. *Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

Desejamos que você faça uma boa prova!

impa
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Ministério da Ciência e Tecnologia
Ministério da Educação
BRASIL UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

1. Alvimar pagou uma compra de R$ 3,50 com uma nota de R$ 5,00 e recebeu o troco em moedas de R$ 0,25. Quantas moedas ele recebeu?

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8



2. Cláudia inverteu as posições de dois algarismos vizinhos no número 682479 e obteve um número menor. Quais foram esses algarismos?

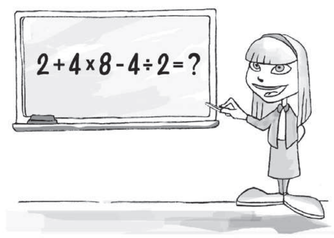
A) 6 e 8
B) 8 e 2
C) 2 e 4
D) 4 e 7
E) 7 e 9

3. Uma fila tem 21 pessoas, incluindo Samuel e Elisa. Há 9 pessoas atrás de Samuel e 6 na frente de Elisa. Quantas pessoas há entre Samuel e Elisa?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

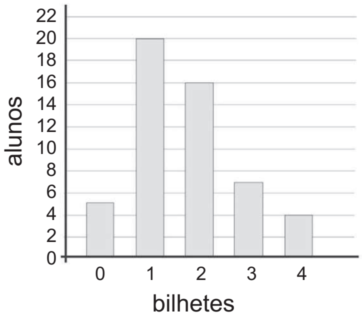
4. Qual é o resultado de $2+4\times 8-4\div 2$?

A) 9
B) 12
C) 22
D) 32
E) 46



5. A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

A) 56
B) 68
C) 71
D) 89
E) 100



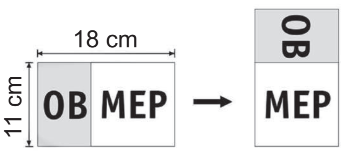
6. Na adição ao lado, o símbolo ♣ representa um mesmo algarismo. Qual é o valor de ♣ x ♣ + ♣?

A) 6
B) 12
C) 20
D) 30
E) 42

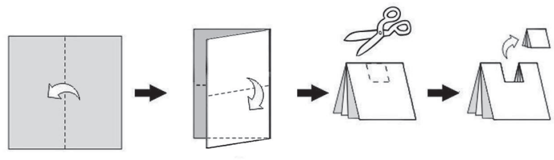
$$\begin{array}{r} 4\clubsuit 7 \\ +\ \ 895 \\ \hline 1\clubsuit\clubsuit 2 \end{array}$$

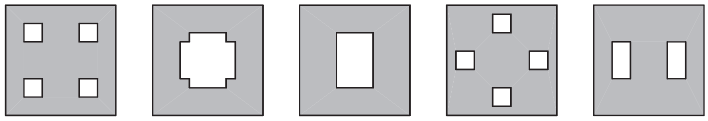
7. Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como na figura. Qual é a área da parte com as letras **O** e **B**?

A) 77 cm²
B) 88 cm²
C) 99 cm²
D) 125 cm²
E) 198 cm²



8. Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?





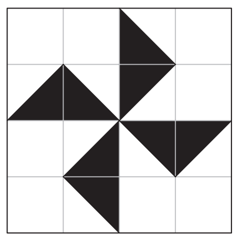
A) B) C) D) E)

9. O quadriculado deve ser completado usando, em cada casa, um dos números inteiros de 1 a 8, de modo que não haja repetição. A soma dos números de cada linha e cada coluna deve ser como indicado fora do quadriculado; por exemplo, a soma dos números da última coluna deve ser 16. Qual é o número que vai aparecer na casa sombreada?

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

		9	18
			7
0			13
4	18	16	

10. A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?



A) $\frac{1}{2}$

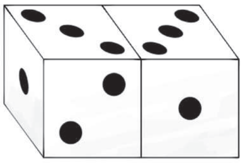
B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{8}$

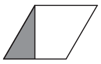
E) $\frac{1}{16}$

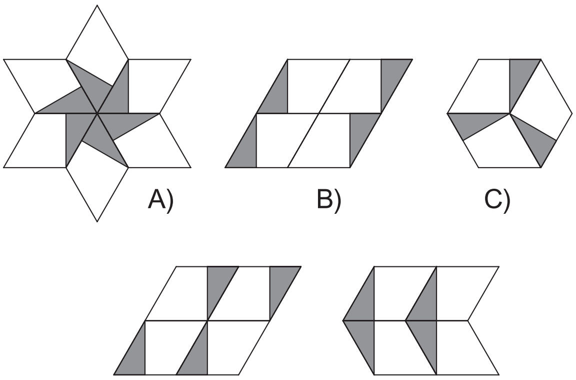
11. Em um dado a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Dois dados iguais foram colados como na figura. Qual é a soma dos números que estão nas faces coladas?



A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

12. A figura mostra a superfície pintada de um azulejo em forma de losango. Dos cinco padrões abaixo, apenas um **não** pode ser montado com cópias desse azulejo. Qual é esse padrão?





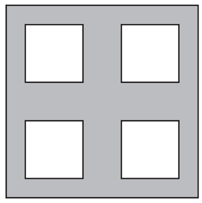
A) B) C)

D) E)

13. Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se o primeiro treino foi em uma segunda-feira, em qual dia da semana cairá o centésimo treino?

A) domingo
B) segunda-feira
C) terça-feira
D) quinta-feira
E) sexta-feira

14. A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é 128 cm^2 e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?



A) 128 cm^2
B) 162 cm^2
C) 200 cm^2
D) 210 cm^2
E) 240 cm^2

15. Alice foi à perfumaria e viu a tabela de preços, como na figura. Com R$ 10,00 ela comprou um sabonete, um creme dental e um desodorante e ainda sobrou dinheiro. Podemos garantir que entre os artigos comprados havia

A) um sabonete pequeno.
B) um creme dental médio.
C) um desodorante pequeno.
D) um sabonete médio.
E) um creme dental pequeno.

PREÇOS (R$)

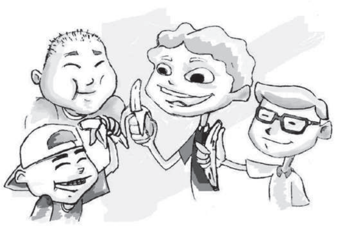
	Sabonete	Creme dental	Desodorante
Pequeno	1,80	2,40	4,00
Médio	2,80	4,40	5,00
Grande	4,00	6,00	8,50

16. Em Quixajuba choveu em 10 manhãs e em 17 tardes do mês de janeiro de 2010. Não choveu em 12 dias. Em quantos dias choveu apenas pela manhã?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

17. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20



18. Um número natural é chamado *número circunflexo* quando:

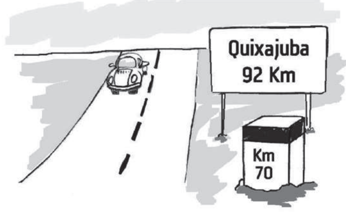
- ele tem cinco algarismos;
- seus três primeiros algarismos a partir da esquerda estão em ordem crescente;
- seus três últimos algarismos estão em ordem decrescente.

Por exemplo, 13864 e 78952 são números circunflexos, mas 78851 e 79421 não o são. Quantos são os números circunflexos maiores do que 77777?

A) 30
B) 36
C) 42
D) 48
E) 54

19. A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km
B) 41 km
C) 128 km
D) 179 km
E) 215 km



20. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: ”Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

11ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2015
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 1

6º e 7º anos do Ensino Fundamental

1ª FASE – 2 de junho de 2015

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
   (A) ● (C) (D) (E)
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

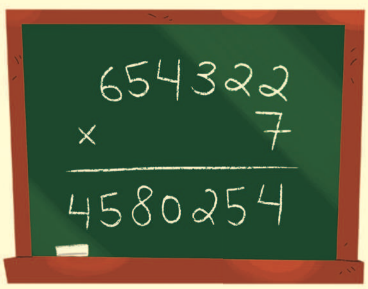
SBM · impa · Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação · Ministério da Educação · Governo Federal BRASIL Pátria Educadora

1. Artur deu duas notas de cem reais para pagar uma conta de R$ 126,80. Qual é o valor do troco que ele deve receber?

A) R$ 71,20
B) R$ 71,80
C) R$ 72,20
D) R$ 72,80
E) R$ 73,20

2. O número 4 580 254 é múltiplo de 7. Qual dos números abaixo também é múltiplo de 7?

A) 4 580 249
B) 4 580 248
C) 4 580 247
D) 4 580 246
E) 4 580 245



3. A peça da Figura 1 foi montada juntando-se duas peças, sem sobreposição.

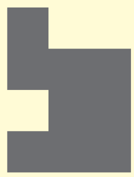


Figura 1

Uma das peças utilizadas foi a da Figura 2.

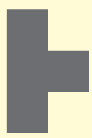
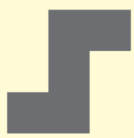
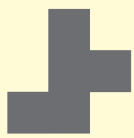


Figura 2

Qual foi a outra peça utilizada?

A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

4. Um garrafão cheio de água pesa 10,8 kg. Se retirarmos metade da água nele contida, pesará 5,7 kg. Quanto pesa, em gramas, esse garrafão vazio?

A) 400
B) 500
C) 600
D) 700
E) 800

5. Maria faz uma lista de todos os números de dois algarismos usando somente os algarismos que aparecem no número 2015. Por exemplo, os números 20 e 22 estão na lista de Maria, mas 02 não. Quantos números diferentes há nessa lista?

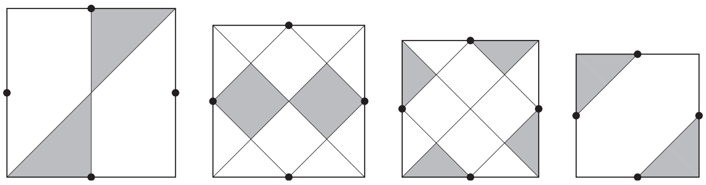
A) 8
B) 9
C) 10
D) 12
E) 16

6. Qual é o algarismo das unidades do número

$$1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times 13 \times 15 \times 17 \times 19 - 2015\ ?$$

A) 0
B) 1
C) 5
D) 6
E) 8

7. Os pontos destacados nos quadrados abaixo são pontos médios dos lados.



Quantos desses quadrados têm área sombreada igual a $\frac{1}{4}$ de sua área?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

8. Cinco dados foram lançados e a soma dos pontos obtidos nas faces de cima foi 19. Em cada um desses dados, a soma dos pontos da face de cima com os pontos da face debaixo é sempre 7. Qual foi a soma dos pontos obtidos nas faces debaixo?

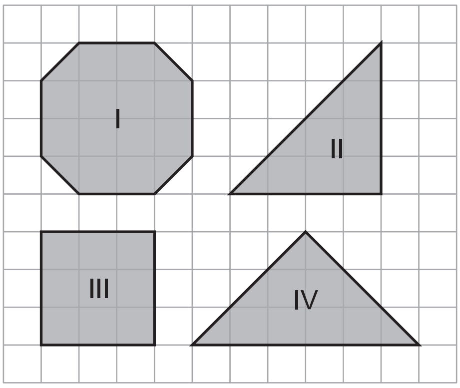
A) 10
B) 12
C) 16
D) 18
E) 20

9. Ana listou todos os números de três algarismos em que um dos algarismos é par e os outros dois são ímpares e diferentes entre si. Beto fez outra lista com todos os números de três algarismos em que um dos algarismos é ímpar e os outros dois são pares e diferentes entre si. Qual é a maior diferença possível entre um número da lista de Ana e um número da lista de Beto?

A) 795
B) 863
C) 867
D) 873
E) 885

10. Quais dos polígonos desenhados no quadriculado têm o mesmo perímetro?

A) IV e III
B) IV e II
C) IV e I
D) III e II
E) II e I



11. Pedrinho colocou 1 copo de suco em uma jarra e, em seguida, acrescentou 4 copos de água. Depois decidiu acrescentar mais água até dobrar o volume que havia na jarra. Ao final, qual é o percentual de suco na jarra?

A) 5%
B) 10%
C) 15%
D) 20%
E) 25%

12. Em uma caixa havia seis bolas, sendo três vermelhas, duas brancas e uma preta. Renato retirou quatro bolas da caixa. Qual afirmação a respeito das bolas retiradas é correta?

A) Pelo menos uma bola é preta.
B) Pelo menos uma bola é branca.
C) Pelo menos uma bola é vermelha.
D) No máximo duas bolas são vermelhas.
E) No máximo uma bola é branca.

13. Os 1641 alunos de uma escola devem ser distribuídos em salas de aula para a prova da OBMEP. As capacidades das salas disponíveis e suas respectivas quantidades estão informadas na tabela abaixo:

Capacidade máxima de cada sala	Quantidade de salas disponíveis
30 alunos	30
40 alunos	12
50 alunos	7
55 alunos	4

Qual é a quantidade mínima de salas que devem ser utilizadas para essa prova?

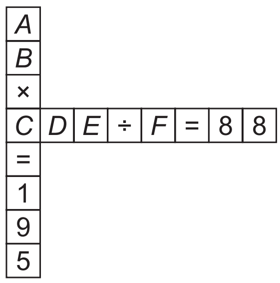
A) 41
B) 43
C) 44
D) 45
E) 47

14. Observe as engrenagens na figura. Quantas voltas a engrenagem com 12 dentes deve dar para que a engrenagem com 9 dentes dê 200 voltas?

A) 120
B) 150
C) 180
D) 240
E) 266

15. As contas $AB \times C = 195$ e $CDE \div F = 88$ estão corretas, sendo A, B, C, D, E e F algarismos diferentes. O número AB é formado pelos algarismos A e B, e o número CDE é formado pelos algarismos C, D e E. Qual é o algarismo representado pela letra F?

A) 1
B) 2
C) 4
D) 6
E) 8

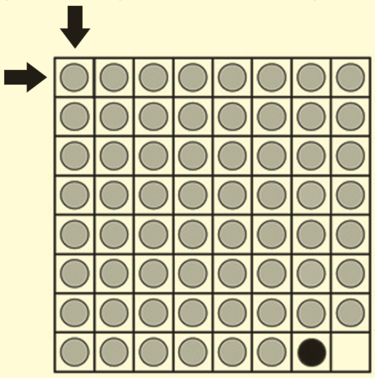


16. Carlinhos completou 5 voltas e meia correndo ao longo de uma pista circular. Em seguida, inverteu o sentido e correu mais quatro voltas e um terço, faltando percorrer 40 metros para chegar ao ponto de início. Quantos metros tem essa pista de corrida?

A) 48
B) 120
C) 200
D) 240
E) 300

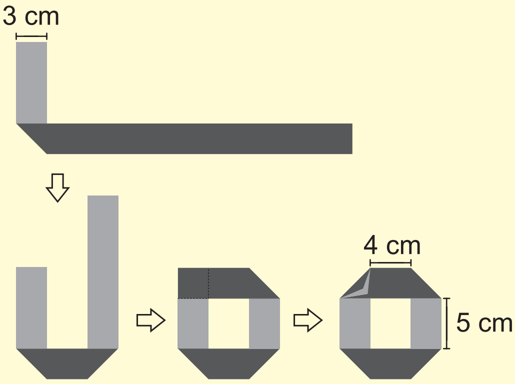
17. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzentas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

A) 13
B) 21
C) 24
D) 36
E) 39



18. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm



19. Um casal e seus filhos viajaram de férias. Como reservaram dois quartos em um hotel por 15 noites, decidiram que, em cada noite, dois filhos dormiriam no mesmo quarto de seus pais, e que cada filho dormiria seis vezes no quarto dos pais. Quantos são os filhos do casal?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

20. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

A lista de classificados para a 2ª Fase será divulgada a partir de **12 de agosto**.
A prova da 2ª Fase será realizada no dia **12 de setembro**. Fique atento!

1ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2005
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental

1ª FASE - 16 de agosto de 2005

Nome do aluno (a): ____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
2. Preencha o cartão resposta com seu nome e data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão resposta.

É com grande alegria que recebemos a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na OBMEP*. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

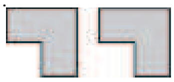
Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério da Ciência e Tecnologia
Ministério da Educação
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Produção: Núcleo de Computação Eletrônica /UFRJ

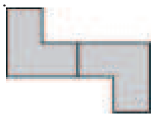
1. Guilherme está medindo o comprimento de um selo com um pedaço de uma régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é o comprimento do selo?

(A) 3 cm
(B) 3,4 cm
(C) 3,6 cm
(D) 4 cm
(E) 4,4 cm

2. As duas peças de madeira a seguir são iguais.

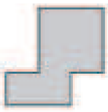


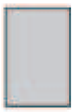
Pode-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o seguinte exemplo.

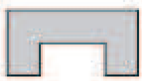


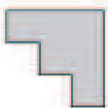
Qual das figuras abaixo representa uma peça que **NÃO** pode ser formada com as duas peças dadas?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

3. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

4. A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?

(A) 21
(B) 28
(C) 29
(D) 31
(E) 32

As questões 5 e 6 referem-se ao Campeonato Brasileiro de Futebol 2005.

5. O campeonato 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

(A) 40
(B) 41
(C) 42
(D) 43
(E) 44

6. Um time ganha 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Até hoje cada time já disputou 20 jogos. Se um desses times venceu 8 jogos e perdeu outros 8 jogos, quantos pontos ele tem até agora?

(A) 23
(B) 25
(C) 26
(D) 27
(E) 28

7. Vinte pessoas resolveram alugar um barco por R$ 200,00, quantia que seria dividida igualmente entre todos. No dia do passeio algumas pessoas desistiram. Por causa disso, cada participante do passeio teve que pagar R$ 15,00 a mais. Quantas pessoas desistiram do passeio?

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14

8. Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2 005?

(A) 664
(B) 665
(C) 667
(D) 668
(E) 669

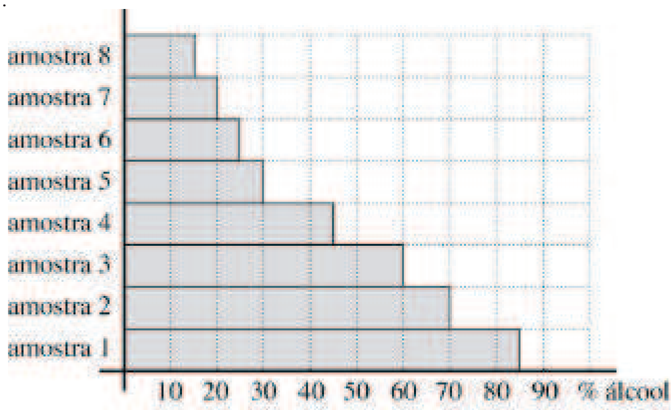
9. Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

(A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

10. Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 12 horas e 30 minutos?

(A) 90º
(B) 120º
(C) 135º
(D) 150º
(E) 165º

11. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

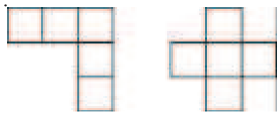
12. Uma caixa contém somente bolas azuis, verdes e brancas. O número de bolas brancas é o dobro do número de bolas azuis. Se colocarmos 10 bolas azuis e retirarmos 10 bolas brancas, a caixa passará a conter o mesmo número de bolas de cada cor. Quantas bolas a caixa contém?

(A) 30
(B) 40
(C) 60
(D) 80
(E) 90

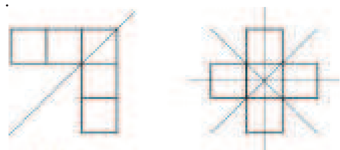
13. Para uma atividade com sua turma, uma professora distribuiu 100 cadeiras em volta de uma grande mesa redonda e numerou-as consecutivamente de 1 a 100. A professora, que é muito caprichosa, colocou as cadeiras voltadas para o centro da mesa, mantendo a mesma distância entre cada cadeira e suas duas vizinhas. Qual é o número da cadeira que ficou exatamente à frente da cadeira com o número 27?

(A) 76
(B) 77
(C) 78
(D) 79
(E) 80

14. As duas figuras a seguir são formadas por cinco quadrados iguais.

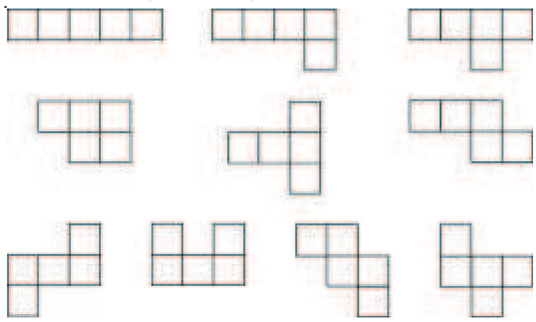


Observe que elas possuem eixos de simetria, conforme assinalado a seguir.



1 eixo de simetria *4 eixos de simetria*

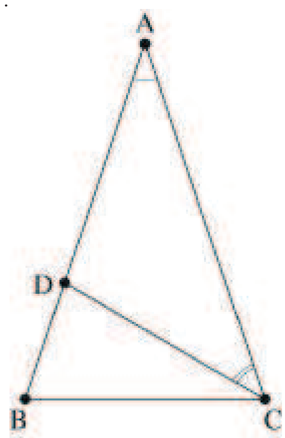
As figuras abaixo também são formadas por cinco quadrados iguais. Quantas delas possuem pelo menos um eixo de simetria?



(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
(E) 7

15. O triângulo ABC é isósceles de base BC e o ângulo $B\hat{A}C$ mede 30º. O triângulo BCD é isósceles de base BD. Determine a medida do ângulo $D\hat{C}A$.

(A) 45º
(B) 50º
(C) 60º
(D) 75º
(E) 90º



16. Distribuímos os números inteiros positivos em uma tabela com cinco colunas, conforme o seguinte padrão.

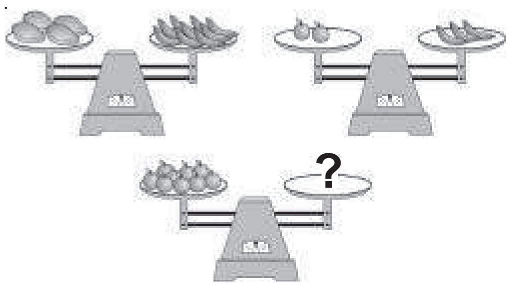
A	B	C	D	E
1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16				
17	18			
19	20	21		
22	23	24	25	
26	27	28	29	30
31				
32	33			
.				
.				
.				

Continuando a preencher a tabela desta maneira, qual será a coluna ocupada pelo número 2 005?

(A) coluna A
(B) coluna B
(C) coluna C
(D) coluna D
(E) coluna E

17. Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates deveremos colocar no outro prato, para equilibrar a balança?

(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 5
(E) 6

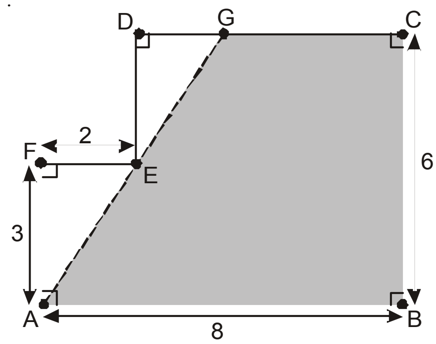


18. Dois meses atrás o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês foi feito 1/3 da obra e no segundo mês mais 1/3 do que faltava. A que fração da obra corresponde a parte ainda não construída da escola?

(A) 1/3
(B) 4/9
(C) 1/2
(D) 2/3
(E) 5/6

19. A figura mostra um polígono *ABCDEF* no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto *G* está sobre o lado *CD* e sobre a reta que passa por *A* e *E*. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é a área do polígono *ABCG* ?

(A) 36 cm^2
(B) 37 cm^2
(C) 38 cm^2
(D) 39 cm^2
(E) 40 cm^2



20. Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

(A) 1
(B) 5
(C) 11
(D) 13
(E) 16

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

1ª FASE – 8 de junho de 2010

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

   Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 6ª OBMEP. *Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

Desejamos que você faça uma boa prova!

impa SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA Ministério da Ciência e Tecnologia Ministério da Educação BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

1. A escola de Paraqui organizou uma Olimpíada de Matemática para seus 250 alunos e premiou com medalhas os 8% que obtiveram as notas mais altas. Quantas medalhas foram distribuídas?

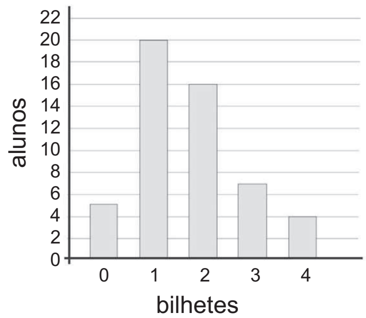
A) 8
B) 11
C) 14
D) 17
E) 20

2. Qual é o valor de $1+\dfrac{1}{1-\dfrac{2}{3}}$?

A) $\dfrac{1}{3}$
B) $\dfrac{3}{2}$
C) $\dfrac{4}{3}$
D) 2
E) 4

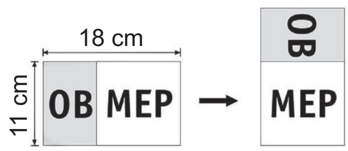
3. A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

A) 56
B) 68
C) 71
D) 89
E) 100



4. Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como na figura. Qual é a área da parte com as letras **O** e **B**?

A) 77 cm²
B) 88 cm²
C) 99 cm²
D) 125 cm²
E) 198 cm²

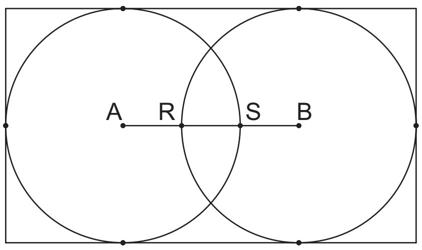


5. Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (**+**) ou de multiplicação (**×**). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

2 □ 3 □ 0 □ 8 □ 9 □ 1

A) 77
B) 78
C) 79
D) 80
E) 81

6. Na figura as circunferências de centros *A* e *B* são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos *R* e *S* é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?

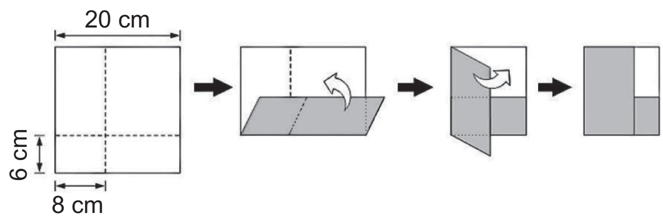


A) 16 cm
B) 18 cm
C) 20 cm
D) 22 cm
E) 24 cm

7. Um grupo de amigos acabou de comer uma pizza. Se cada um der R$ 8,00 faltarão R$ 2,50 para pagar a pizza e se cada um der R$ 9,00 sobrarão R$ 3,50. Qual é o preço da pizza?

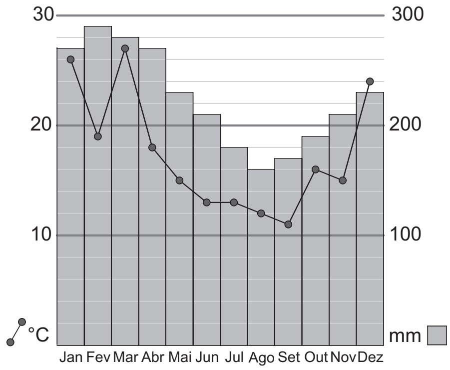
A) R$ 45,50
B) R$ 48,50
C) R$ 50,50
D) R$ 52,50
E) R$ 54,50

8. Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual é a área da parte branca que ficou visível?



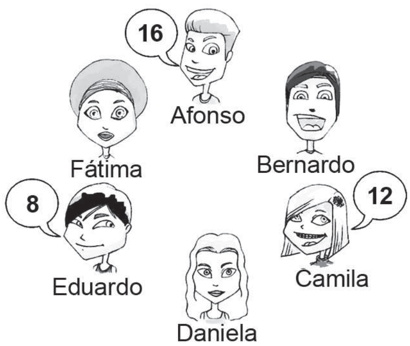
A) 18 cm^2
B) 32 cm^2
C) 36 cm^2
D) 72 cm^2
E) 84 cm^2

9. O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?



A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.
B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.
C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.
D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.
E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

10. Seis crianças fizeram uma roda e cada uma, em voz baixa, falou seu número favorito para seus dois vizinhos. Em seguida, cada criança disse em voz alta a soma dos dois números que ouviu; a figura mostra o que Afonso, Camila e Eduardo disseram em voz alta. Qual é o número favorito de Fátima?



A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

11. Uma fábrica produz, a cada minuto, um litro de tinta branca e meio litro de tinta roxa. Para fazer oito litros de tinta lilás são necessários cinco litros de tinta branca e três litros de tinta roxa. De quanto tempo a fábrica precisa para produzir tinta suficiente para fazer 600 litros de tinta lilás?

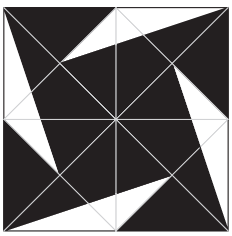
A) 6h30min
B) 6h45min
C) 7h
D) 7h15min
E) 7h30min

12. Os algarismos 2, 3, 4, 5, 6 e 7 foram usados na multiplicação indicada ao lado, em que cada letra da sigla *OBMEP* representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo representado pela letra *O*?

$$\begin{array}{r} O\ B \\ \times\ \ 6 \\ \hline M\ E\ P \end{array}$$

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 7

13. A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos médios de seus lados. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?



A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{3}{8}$
E) $\frac{9}{16}$

14. Um certo mês tem cinco segundas-feiras e cinco quartas-feiras. Em que dia da semana cai o dia 26 desse mês?

A) segunda-feira
B) terça-feira
C) quarta-feira
D) quinta-feira
E) sexta-feira

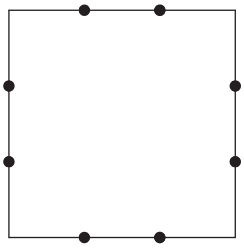
15. A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km
B) 41 km
C) 128 km
D) 179 km
E) 215 km

16. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20

17. Os oito pontos destacados na figura dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Quantos triângulos retângulos podem ser traçados com os três vértices nesses pontos?



A) 8
B) 12
C) 16
D) 24
E) 32

18. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".
- Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

19. De quantas maneiras é possível escolher três números inteiros de 1 a 19, de modo que o maior e o menor sejam ímpares e o outro seja par?

A) 165
B) 150
C) 140
D) 125
E) 100

20. Um número é *enquadrado* quando, ao ser somado com o número obtido invertendo a ordem de seus algarismos, o resultado é um quadrado perfeito. Por exemplo, 164 e 461 são enquadrados, pois $164 + 461 = 625 = 25^2$. Quantos são os números enquadrados entre 10 e 100?

A) 5
B) 6
C) 8
D) 9
E) 10

11ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2015
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

1ª FASE – 2 de junho de 2015

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

SBM impa Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação Ministério da Educação GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA

1. Nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?

A) 22 kg
B) 23 kg
C) 24 kg
D) 25 kg
E) 26 kg

2. Rita tem R$ 13,37 em moedas de 1 centavo, de 5 centavos, de 10 centavos, de 25 centavos, de 50 centavos e de 1 real. Ela tem a mesma quantidade de moedas de cada valor. Quantas moedas ela tem no total?

A) 24
B) 30
C) 36
D) 42
E) 48

3. A peça da Figura 1 foi montada juntando-se duas peças, sem sobreposição.

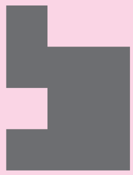


Figura 1

Uma das peças utilizadas foi a da Figura 2.

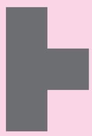
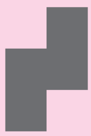


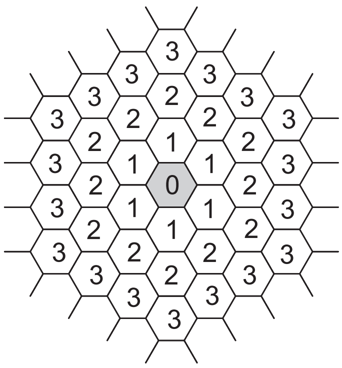
Figura 2

Qual foi a outra peça utilizada?

A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

4. Na malha hexagonal, a casa central recebeu o número 0 e as casas vizinhas a ela receberam o número 1. Em seguida, as casas vizinhas às de número 1 receberam o número 2 e assim sucessivamente, como na figura. Quantas casas receberam o número 6?

A) 32
B) 36
C) 42
D) 48
E) 54



5. Um grupo de 20 amigos reuniu-se em uma pizzaria que oferece a promoção descrita na figura. Cada pizza grande foi cortada em 12 fatias e cada um dos amigos comeu 5 fatias de pizza. Quantos reais, no mínimo, o grupo pagou pelas pizzas?

A) R$ 180,00
B) R$ 210,00
C) R$ 240,00
D) R$ 270,00
E) R$ 300,00

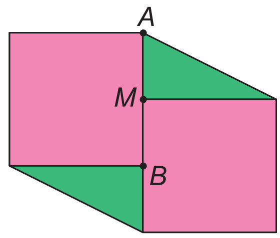
6. Na subtração abaixo cada letra representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo que C representa?

A) 2
B) 4
C) 5
D) 7
E) 9

$$\begin{array}{r} A\ B\ A \\ -\quad C\ A \\ \hline A\ B \end{array}$$

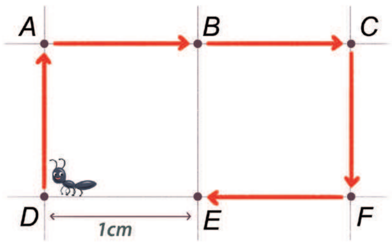
7. A figura abaixo é formada por dois quadrados de lado 6 cm e dois triângulos. Se *M* é o ponto médio de *AB*, qual é a área total da figura?

A) 90 cm²
B) 96 cm²
C) 100 cm²
D) 108 cm²
E) 120 cm²



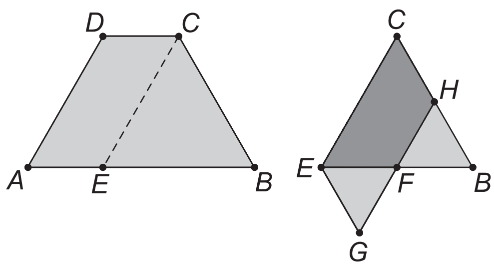
8. No quadriculado abaixo foram marcados seis pontos: *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*. Uma formiguinha parte de um desses pontos e, andando apenas 5 cm, consegue visitar todos os outros pontos. Um exemplo é mostrado na figura. De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode escolher um ponto de partida e depois visitar todos os outros pontos andando apenas 5 cm?

A) 6
B) 8
C) 12
D) 16
E) 18



9. O trapézio *ABCD* foi dobrado ao longo do segmento *CE*, paralelo ao lado *AD*, como na figura. Os triângulos *EFG* e *BFH* são equiláteros, ambos com lados de 4 cm de comprimento. Qual é o perímetro do trapézio?

A) 16 cm
B) 18 cm
C) 20 cm
D) 24 cm
E) 32 cm

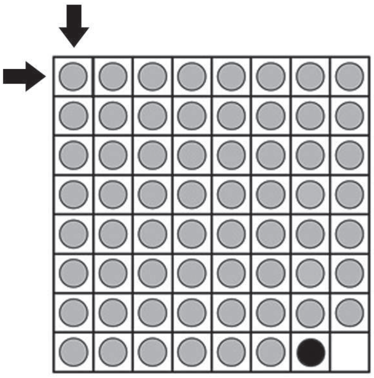


10. Em um palácio estavam presentes apenas o rei e alguns de seus súditos. Cada um dos presentes acenou para cada um dos demais uma única vez, com exceção do rei, que não acenou para ninguém. Houve um total de 1296 acenos. Quantos súditos estavam presentes no palácio?

A) 16
B) 24
C) 36
D) 44
E) 56

11. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzentas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

A) 13
B) 21
C) 24
D) 36
E) 39

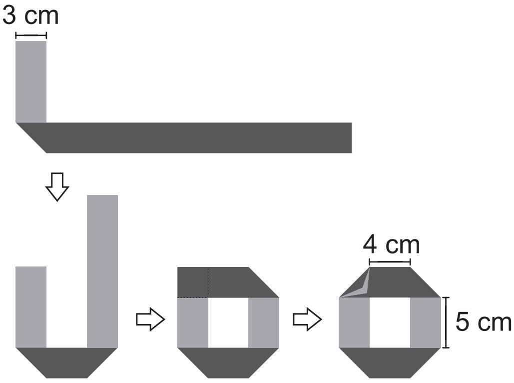


12. Luciano queria calcular a média aritmética dos números naturais de 1 a 15. Ao calcular a soma desses números, ele esqueceu de somar dois números consecutivos. Após dividir a soma dos treze números por 15, obteve 7 como resultado. Qual é o produto dos números que Luciano esqueceu de somar?

A) 30
B) 56
C) 110
D) 182
E) 210

13. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm



14. Com retângulos iguais, quadrados iguais e triângulos isósceles iguais, foram montadas três figuras.

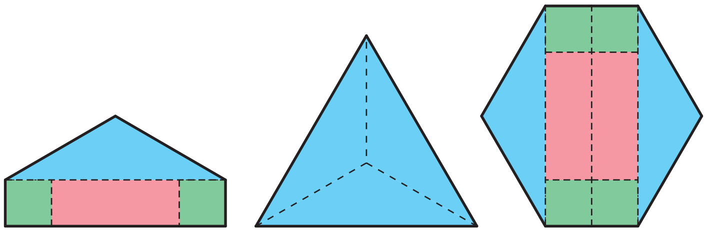


Figura 1 Figura 2 Figura 3

O contorno da Figura 1 mede 200 cm e o da Figura 2 mede 234 cm. Quanto mede o contorno da Figura 3?

A) 244 cm
B) 300 cm
C) 332 cm
D) 334 cm
E) 468 cm

15. Os números naturais x e y são tais que $x^2 - xy = 23$. Qual é o valor de $x + y$?

A) 24
B) 30
C) 34
D) 35
E) 45

16. Ana tem quatro cartões triangulares iguais, cujos lados, em centímetros, medem *a*, *b* e *c*, sendo *a*, *b* e *c* números naturais distintos. Se Ana unir dois dos cartões juntando seus lados maiores, formará um quadrilátero com perímetro de 26 cm, como na Figura 1. Entretanto, se ela unir os outros dois cartões juntando seus lados menores, formará um quadrilátero com perímetro de 30 cm, como na Figura 2. Qual é o perímetro de cada cartão triangular?

A) 21 cm
B) 22 cm
C) 23 cm
D) 24 cm
E) 25 cm

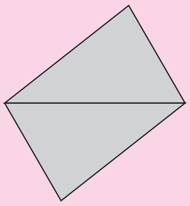


Figura 1

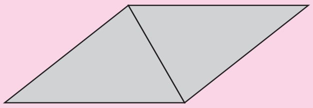


Figura 2

17. Um casal e seus filhos viajaram de férias. Como reservaram dois quartos em um hotel por 15 noites, decidiram que, em cada noite, dois filhos dormiriam no mesmo quarto de seus pais, e que cada filho dormiria seis vezes no quarto dos pais. Quantos são os filhos do casal?

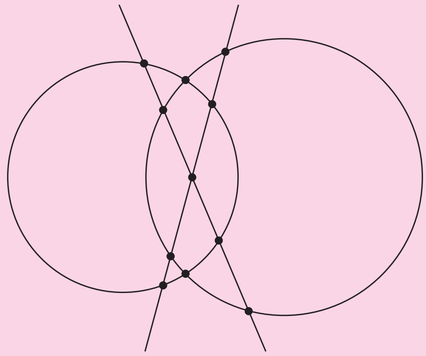
A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

18. Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

A) 20
B) 30
C) 60
D) 90
E) 120

19. Maria desenhou duas circunferências e duas retas, determinando 11 pontos de intersecção, como mostra a figura. Se ela desenhar mais três retas distintas entre si e também das demais, qual será, no total, o maior número possível de pontos de intersecção?

A) 17
B) 24
C) 32
D) 40
E) 54



20. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

A lista de classificados para a 2ª Fase será divulgada a partir de **12 de agosto**.
A prova da 2ª Fase será realizada no dia **12 de setembro**. Fique atento!

Operacionalização: Fundação Carlos Chagas

1ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2005

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 3

Ensino Médio

1ª FASE - 16 de agosto de 2005

Nome do aluno (a): ____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
2. Preencha o cartão resposta com seu nome e data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão resposta.

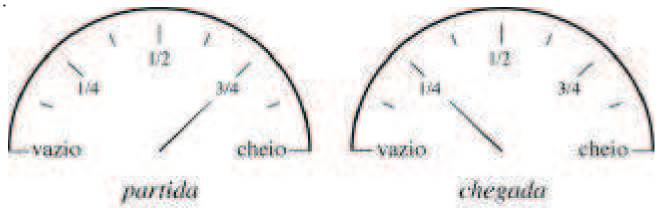
É com grande alegria que recebemos a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na OBMEP. *Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

Desejamos que você faça uma boa prova!

Produção: Núcleo de Computação Eletrônica /UFRJ

Ministério da Ciência e Tecnologia
Ministério da Educação
BRASIL UM PAÍS DE TODOS
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

1. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?



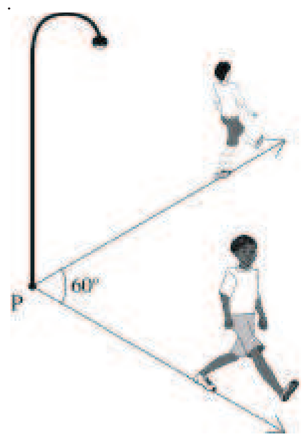
(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

2. Uma folha de papel retangular, de 10 cm de largura por 24 cm de comprimento, foi dobrada de forma a obter uma folha dupla, de 10 cm de largura por 12 cm de comprimento. Em seguida, a folha dobrada foi cortada ao meio, paralelamente à dobra, obtendo-se assim três pedaços retangulares. Qual é a área do maior desses pedaços?

(A) 30 cm^2
(B) 60 cm^2
(C) 120 cm^2
(D) 180 cm^2
(E) 240 cm^2

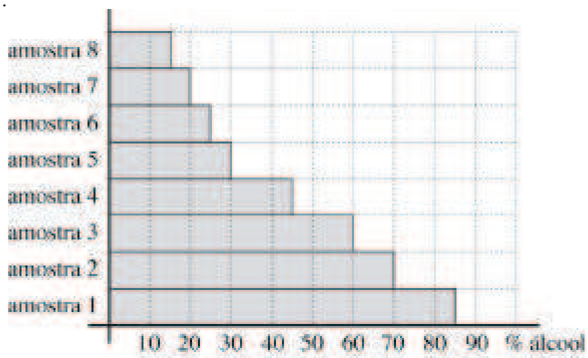
3. Dois amigos partem ao mesmo tempo do ponto P e se afastam em direções que formam um ângulo de 60º, conforme mostra a figura. Eles caminham em linha reta, ambos com velocidade de 6 km/h. Qual será a distância entre eles 1 minuto após a partida?

(A) 80 m
(B) 90 m
(C) 95 m
(D) 100 m
(E) 105 m



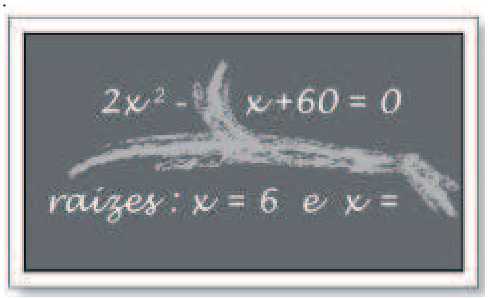
4. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5



5. Mariana entrou na sala e viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, parcialmente apagadas, conforme a figura. Qual número foi apagado na linha de cima do quadro-negro?

(A) 11
(B) 12
(C) 13
(D) 20
(E) 22



6. Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2 005?

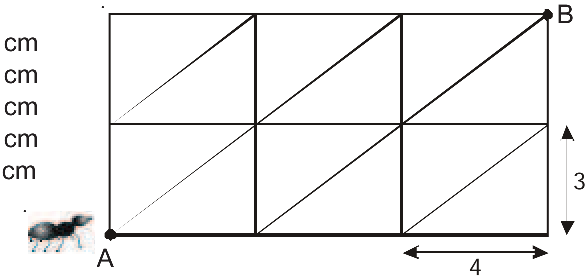
(A) 664
(B) 665
(C) 667
(D) 668
(E) 669

7. Os médicos recomendam, para um adulto, 800 mg de cálcio por dia. Sabe-se que 200 ml de leite contêm 296 mg de cálcio. Quando um adulto bebe 200 ml de leite, qual é o percentual da dose diária recomendada de cálcio que ele está ingerindo?

(A) 17%
(B) 27%
(C) 37%
(D) 47%
(E) 57%

8. Uma formiga está no ponto *A* da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4 cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de *A* até *B*?

(A) 12 cm
(B) 14 cm
(C) 15 cm
(D) 17 cm
(E) 18 cm

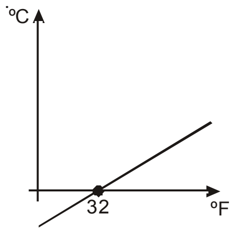


9. Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

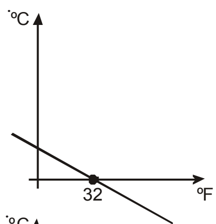
(A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

10. No Brasil, usa-se a escala *Celsius* para medir temperaturas e, em outros países, usa-se a escala *Fahrenheit*. Para converter uma temperatura da escala *Fahrenheit* para a *Celsius*, subtrai-se 32 do valor da temperatura em graus *Fahrenheit* e multiplica-se o resultado por 5/9. Qual dos gráficos representa a relação entre as medidas de uma mesma temperatura em graus *Fahrenheit* (indicados por ºF) e em graus *Celsius* (indicados por ºC)?

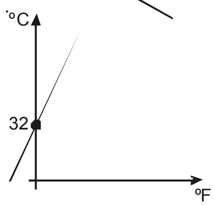
(A)



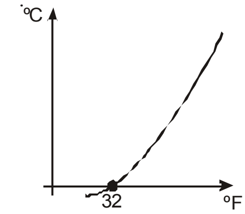
(B)



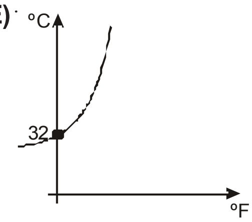
(C)



D)



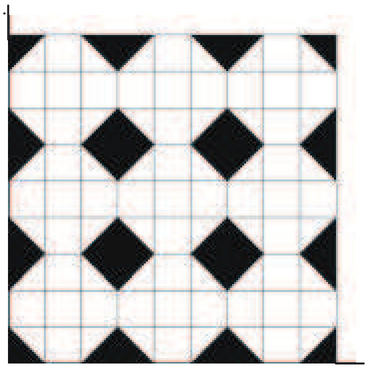
(E)



11. Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

(A) 200
(B) 216
(C) 228
(D) 300
(E) 432

12. Uma parede de 3 metros de altura por 9 metros de comprimento foi inteiramente coberta com azulejos quadrados de 10 cm de lado. Foram usados dois tipos de azulejos: um totalmente branco e o outro preto e branco. A figura representa o padrão usado, a partir do canto inferior esquerdo da parede. Qual é a área da parede coberta com a cor branca?

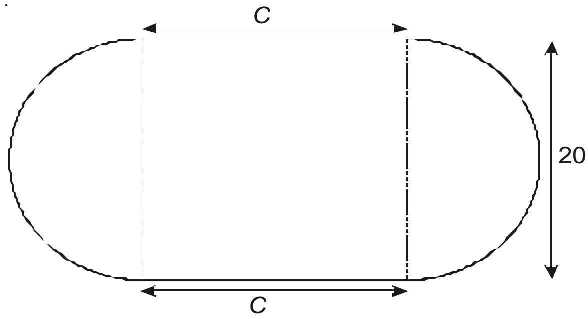


(A) 21 m^2
(B) 22 m^2
(C) 23 m^2
(D) 24 m^2
(E) 25 m^2

13. Para cercar um terreno retangular de 60 metros quadrados com uma cerca formada por dois fios de arame foram usados 64 metros de arame. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

(A) 4 m
(B) 7 m
(C) 11 m
(D) 17 m
(E) 28 m

14. Uma escola resolveu construir uma pista de corrida, formada por dois trechos retos de comprimento C e dois trechos semicirculares de raio igual a 10 metros, conforme indicado na figura (não se leva em conta a largura da pista).

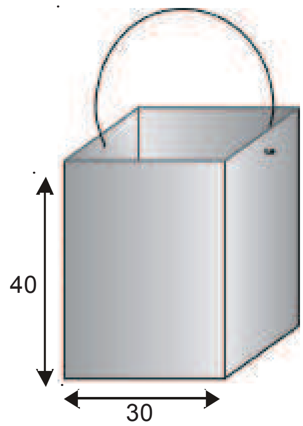


Os alunos da escola propuseram cinco valores para C: 20 m, 25 m, 30 m, 35 m e 40 m. Para qual desses valores de C a soma dos comprimentos dos trechos retos está mais próxima da soma dos comprimentos dos trechos semicirculares?

(A) 20 m
(B) 25 m
(C) 30 m
(D) 35 m
(E) 40 m

15. Na casa de Manoel há uma caixa d'água vazia com capacidade de 2 metros cúbicos. Manoel vai encher a caixa trazendo água de um rio próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 30 cm e cuja altura é 40 cm, como na figura. No mínimo, quantas vezes Manoel precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

(A) 53
(B) 54
(C) 55
(D) 56
(E) 57

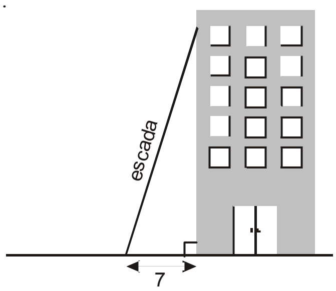


16. Partindo do mesmo ponto, Ana e Beatriz começam, ao mesmo tempo, uma corrida de bicicleta de ida e volta entre duas cidades distantes 150 km uma da outra. Ana e Beatriz mantêm velocidades constantes e Beatriz percorre, a cada hora, 10 km a mais que Ana. Beatriz completa o percurso de ida e inicia o de volta. Elas se cruzam no momento em que Beatriz completa 30 km no percurso de volta. Qual é a velocidade de Ana?

(A) 5 km/h
(B) 10 km/h
(C) 15 km/h
(D) 20 km/h
(E) 25 km/h

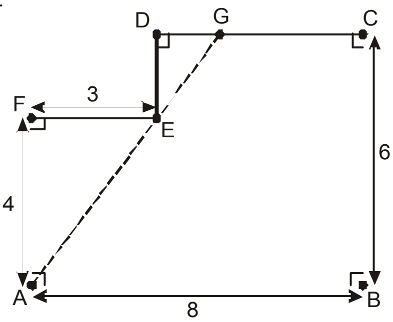
17. O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?

(A) 4 m
(B) 8 m
(C) 9 m
(D) 13 m
(E) 15 m



18. A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é o perímetro do polígono ABCG ?

(A) 22 cm
(B) 23 cm
(C) 24 cm
(D) 25 cm
(E) 26 cm



19. Brasil e Argentina participam de um campeonato internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?

(A) 1/8
(B) 1/7
(C) 1/6
(D) 1/5
(E) 1/4

20. Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

(A) 1
(B) 5
(C) 11
(D) 13
(E) 16

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 3
Ensino Médio

1ª FASE – 8 de junho de 2010

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 6ª OBMEP. *Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

Desejamos que você faça uma boa prova!

impa · SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA · Ministério da Ciência e Tecnologia · Ministério da Educação · BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

1. Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (**+**) ou de multiplicação (**×**). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

$$2\ \square\ 3\ \square\ 0\ \square\ 8\ \square\ 9\ \square\ 1$$

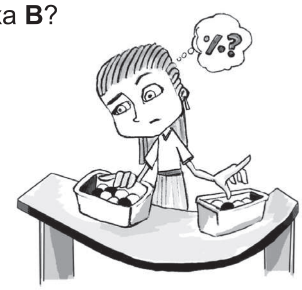
A) 77
B) 78
C) 79
D) 80
E) 81

2. Para qual valor de x a igualdade $3-\dfrac{6}{4-\dfrac{8}{1+x}}=0$ é verdadeira?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

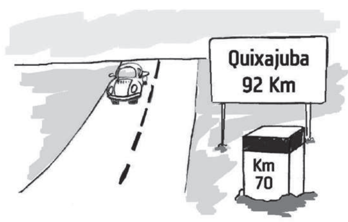
3. Carmem tem duas caixas, **A** e **B**, cada uma com 4 bolas brancas e 10 bolas pretas. Se ela retirar 6 bolas da caixa **A** e as colocar na caixa **B**, qual será o menor percentual possível de bolas pretas na caixa **B**?

A) 50%
B) 55%
C) 60%
D) 65%
E) 70%

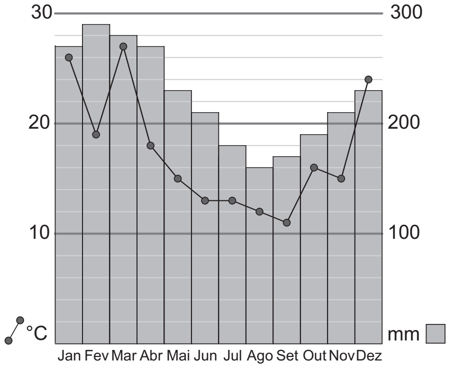


4. A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km
B) 41 km
C) 128 km
D) 179 km
E) 215 km



5. O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?



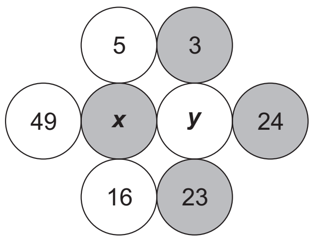
A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.
B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.
C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.
D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.
E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

6. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20

7. Na figura, x é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e y é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Qual é o valor de $x - y$?

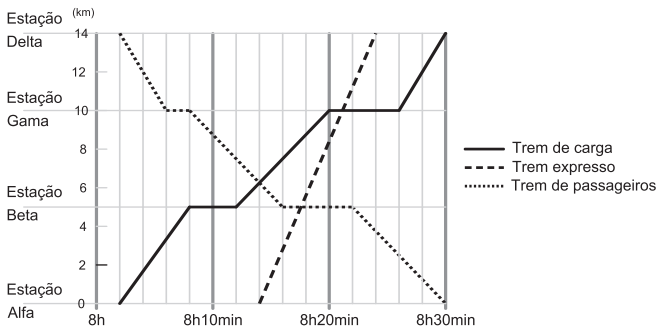
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4



8. João vai de bicicleta ao encontro de sua namorada Maria. Para chegar na hora marcada, ele deve sair às 8 horas e pedalar a 10 km/h ou sair às 9 horas e pedalar a 15 km/h. A que horas é o encontro dos namorados?

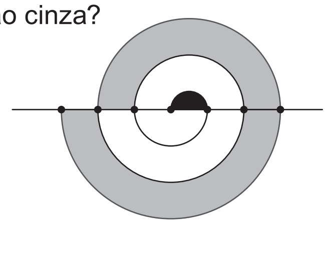
A) 10h
B) 10h30min
C) 11h
D) 11h30min
E) 12h

9. O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?



A) O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.
B) O trem expresso para na Estação Beta.
C) Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.
D) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.
E) O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.

10. Na figura ao lado os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?



A) 15
B) 18
C) 25
D) 30
E) 36

11. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: ”Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

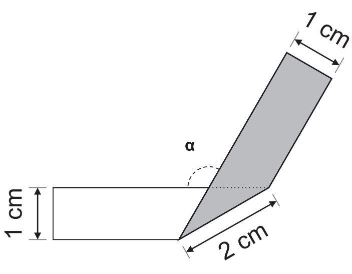
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

12. Joana tem 10 pares diferentes de meias, guardados dentro de uma gaveta. Três meias estão furadas, sendo duas do mesmo par. Quantas meias ela deve tirar da gaveta, uma de cada vez e sem olhar, para ter certeza de que entre elas haja um par sem defeito?

A) 5
B) 6
C) 10
D) 11
E) 13

13. Uma tira de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura. Qual é a medida do ângulo α?

A) 110º
B) 115º
C) 120º
D) 125º
E) 130º



14. Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

A) $\frac{3}{5}$

B) $\frac{5}{9}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{3}{4}$

15. A figura 1 mostra um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Com 27 desses dados montou-se um cubo, como na figura 2. Qual é a maior soma possível de todos os números que aparecem nas seis faces do cubo?

A) 162
B) 288
C) 300
D) 316
E) 324

Figura 1

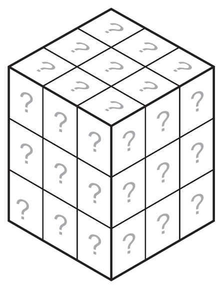


Figura 2

16. Os círculos que formam as figuras A, B e C são todos iguais. Os comprimentos dos contornos das figuras, indicados com linhas mais grossas, são *a*, *b* e *c*, respectivamente. Qual das alternativas é verdadeira?

A) $a = b = c$
B) $a < b = c$
C) $b < c < a$
D) $a = c < b$
E) $a = b < c$

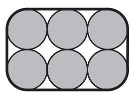


Figura A

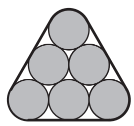


Figura B

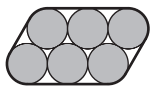
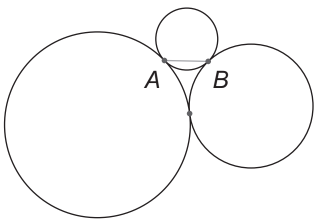


Figura C

17. Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

A) 20
B) 32
C) 60
D) 72
E) 120

18. A figura mostra três circunferências de raios 1, 2 e 3, tangentes duas a duas nos pontos destacados. Qual é o comprimento do segmento *AB*?

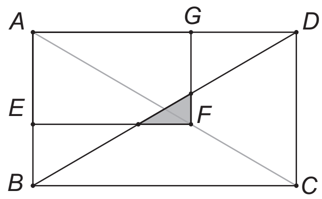


A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
D) $\frac{3}{2}$
E) $\sqrt{3}$

19. Duas folhas de papel, uma retangular e outra quadrada, foram cortadas em quadradinhos de 1 cm de lado. Nos dois casos obteve-se o mesmo número de quadradinhos. O lado da folha quadrada media 5 cm a menos que um dos lados da folha retangular. Qual era o perímetro da folha retangular?

A) 48 cm
B) 68 cm
C) 72 cm
D) 82 cm
E) 100 cm

20. Na figura, *ABCD* e *AEFG* são retângulos e o ponto *F* pertence à diagonal *AC*. A área do triângulo cinza é igual a $\frac{1}{18}$ da área do retângulo *AEFG*. Qual é o valor de $\frac{AF}{AC}$?



A) $\frac{3}{5}$
B) $\frac{3}{8}$
C) $\frac{8}{13}$
D) $\frac{11}{18}$
E) $\frac{3}{4}$

11ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2015
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 3
Ensino Médio

1ª FASE – 2 de junho de 2015

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

   Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

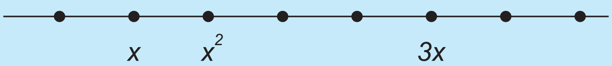
Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

SBM impa Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação Ministério da Educação GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA

1. Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

A) 18h
B) 18h15min
C) 18h30min
D) 18h45min
E) 19h

2. Na reta abaixo, a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. Qual é o valor dessa distância?



A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

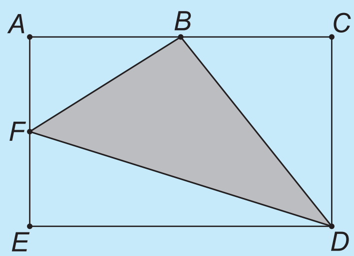
3. Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

A) 43
B) 44
C) 45
D) 46
E) 47

linha 1 ➪ 1
linha 2 ➪ 2 3 4
linha 3 ➪ 5 6 7 8 9
linha 4 ➪ 10 11 12 13 14 15 16
linha 5 ➪ 17 18 19 20 21 22 23 24 25
⋮

4. O retângulo da figura possui área igual a 640 cm². Os pontos *B* e *F* são pontos médios dos lados *AC* e *AE*, respectivamente. Qual é a área do triângulo *BDF*?

A) 100 cm²
B) 120 cm²
C) 160 cm²
D) 220 cm²
E) 240 cm²

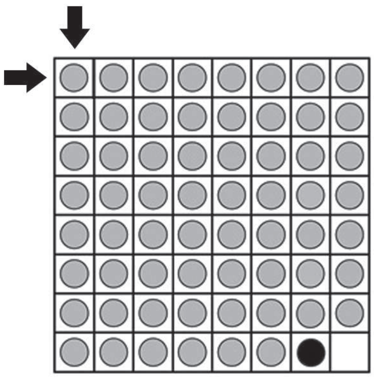


5. Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

A) 20
B) 30
C) 60
D) 90
E) 120

6. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzentas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

A) 13
B) 21
C) 24
D) 36
E) 39



7. A soma de dois números é 3 e a soma de seus cubos é 25. Qual é a soma de seus quadrados?

A) $\frac{77}{9}$

B) $\frac{99}{7}$

C) 7

D) 9

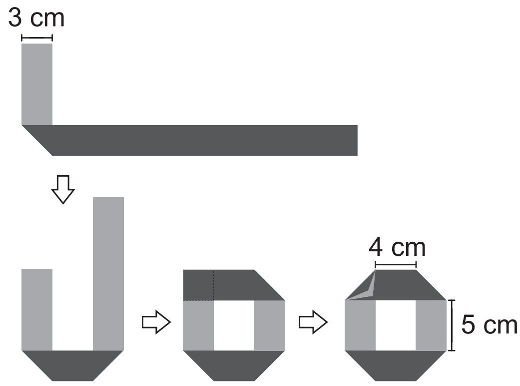
E) $\frac{7}{9}$

8. Marcelo gasta 24 minutos para ir andando de casa até o ponto de ônibus, ou 12 minutos, se for correndo. Ele sai de casa andando, às 15 horas, para pegar um ônibus às 15h30min. No caminho, percebe que esqueceu a carteira e volta para casa correndo. Ele perde 3 minutos para encontrar a carteira e retorna correndo para o ponto de ônibus, chegando exatamente às 15h30min. A que horas Marcelo percebeu que estava sem a carteira?

A) 15h08min
B) 15h10min
C) 15h12min
D) 15h15min
E) 15h18min

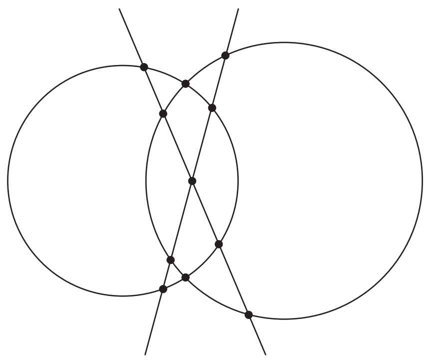
9. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm



10. Maria desenhou duas circunferências e duas retas, determinando 11 pontos de intersecção, como mostra a figura. Se ela desenhar mais três retas distintas entre si e também das demais, qual será, no total, o maior número possível de pontos de intersecção?

A) 17
B) 24
C) 32
D) 40
E) 54



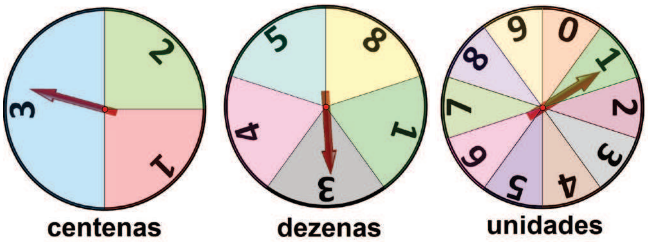
11. Uma sequência de números é definida por $a_1 = 3$ e

$$a_{n+1} = a_n + a_n^2$$

para todo número natural $n \geq 1$. Por exemplo: $a_2 = a_1 + a_1^2 = 3 + 3^2 = 12$. Qual é o algarismo das unidades de a_{2015}?

A) 2
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

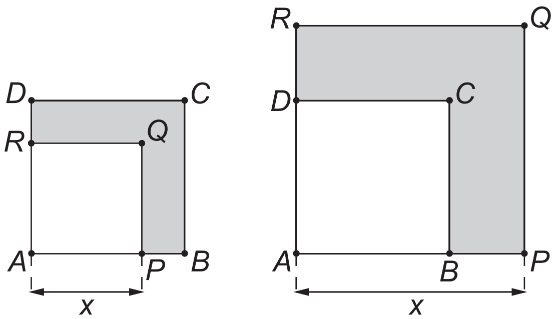
12. Na figura, o círculo das centenas está dividido em três setores, um semicircular e outros dois de mesma área. Cada um dos outros dois círculos está dividido em setores de mesma área. As setas nesses círculos, quando giradas, param ao acaso em algum setor, determinando um número de três algarismos. Por exemplo, na figura elas determinaram o número 331.

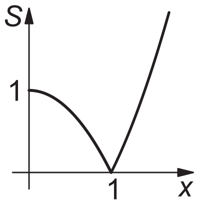
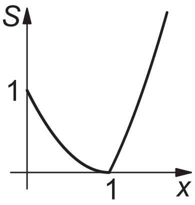
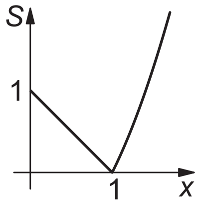
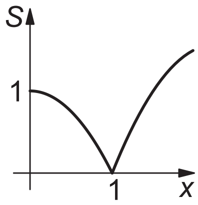
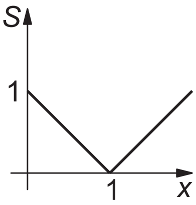


Qual é a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260?

A) 45%
B) 55%
C) 60%
D) 65%
E) 70%

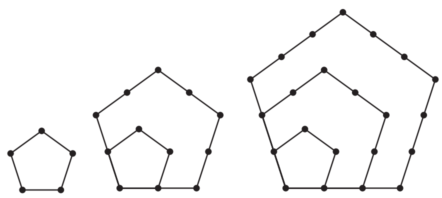
13. Um quadrado $ABCD$ tem área 1. Um ponto P desloca-se ao longo da semirreta AB, partindo do ponto A para a direita, conforme mostra a figura. Se S é a área da região compreendida entre os quadrados $ABCD$ e $APQR$, destacada em cinza, qual é o gráfico que melhor representa a variação de S em função de x?



A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

14. Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

A) 656
B) 695
C) 715
D) 756
E) 769



5 12 22

15. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

16. João colocou 100 moedas iguais em um pote e pediu a seus filhos, de idades distintas, que cada um deles colocasse no pote uma moeda para cada irmão mais velho e retirasse do pote duas moedas para cada irmão mais novo. Quando todos os filhos terminaram de fazer isso, restaram no pote 22 moedas. Quantos são os filhos de João?

A) 5
B) 7
C) 10
D) 13
E) 15

17. Na figura, *ABCD* é um trapézio inscrito numa circunferência. A base maior do trapézio mede 16 cm, a base menor 10 cm e a altura 9 cm. Qual é a medida, em centímetros, do raio da circunferência?

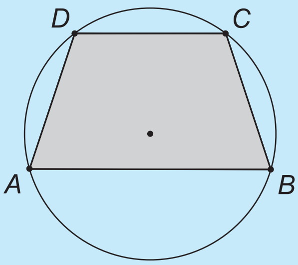
A) $\frac{7}{3}$

B) $\frac{25}{3}$

C) $\frac{35}{3}$

D) $\frac{40}{3}$

E) $\frac{50}{3}$



18. Três amigas foram a uma livraria com seus namorados. Coincidentemente, cada pessoa pagou, por livro, um preço em reais igual à quantidade de livros que comprou. Além disso, cada mulher gastou 32 reais a mais que seu respectivo namorado. Ao final das compras, as mulheres compraram, ao todo, oito livros a mais que os homens. Quantos livros foram comprados no total?

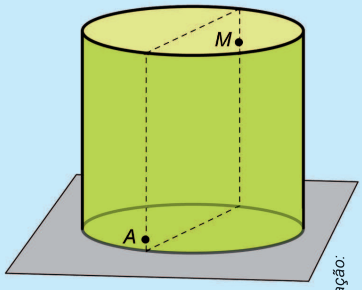
A) 32
B) 36
C) 40
D) 44
E) 48

19. Dado o conjunto *A* = {1, 2, 3, ..., 2015}, forma-se um subconjunto *B*, com a maior quantidade possível de elementos, tal que todo elemento de *B* é múltiplo ou divisor de qualquer outro elemento de *B*. Quantos elementos há no conjunto *B*?

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

20. Uma lata cilíndrica, fechada embaixo e aberta na parte de cima, tem altura de 17 cm e sua borda é uma circunferência de comprimento 30 cm. Na superfície interna da lata, a 4 cm da borda superior, há uma mosca parada (ponto *M*). Na superfície externa da lata, a 1 cm da base e no mesmo plano que passa pela mosca e que divide a lata em duas partes iguais, encontra-se uma aranha (ponto *A*), como na figura. A aranha anda pela superfície da lata até chegar à mosca, fazendo o caminho mais curto entre elas. Quantos centímetros a aranha anda pela superfície interna da lata?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



A lista de classificados para a 2ª Fase será divulgada a partir de **12 de agosto**.
A prova da 2ª Fase será realizada no dia **12 de setembro**. Fique atento!

Anexo B – Solução das Avaliações das OBMEP (2005, 2010 e 2015)

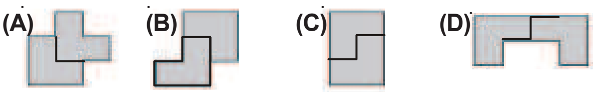
1. (alternativa B)
A expressão contém apenas adições e subtrações, por isso podemos efetuar essas operações em qualquer ordem. A escolha sobre qual a melhor ordem é apenas uma questão de conveniência. Por exemplo, podemos efetuar primeiro as subtrações, escrevendo $2005 - 205 + 25 - 2 = (2005 - 205) + (25 - 2) = 1800 + 23 = 1823$.

2. (alternativa B)
Por leitura direta da figura, vemos que uma extremidade do selo está na marca de 20 cm e a outra na marca de 16,6 cm. O comprimento do selo é a diferença entre estes dois valores, ou seja, $20 - 16{,}6 = 20{,}0 - 16{,}6 = 3{,}4$ cm.

3. (alternativa A)
Denotemos por a o numerador da fração que aparece no quadro negro. Temos $a/3 = 5$, donde $a = 3 \times 5 = 15$. Por outro lado, $a = 2 \times 12 - x$ onde x representa o número apagado. Portanto $2 \times 12 - x = 15$, ou seja $24 - x = 15$. Logo $x = 9$.

4. (alternativa D)
Na figura temos um retângulo de 9 ladrilhos no comprimento e 7 na largura, o que dá um total de $9 \times 7 = 63$ ladrilhos, dos quais 12 são brancos. Então o número de ladrilhos pretos é $63 - 12 = 51$. Logo o custo total do piso é $12 \times 2 + 51 \times 3 = 24 + 153 = 177$ reais.

5. (alternativa E)
Os desenhos abaixo mostram como juntar as duas peças para obter as alternativas (A), (B), (C) e (D). Apenas a alternativa (E) não pode ser obtida juntando as duas peças, como se pode verificar diretamente por tentativas.

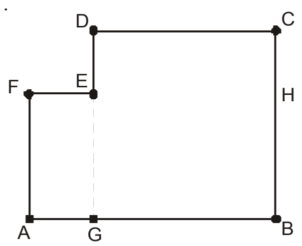


6. (alternativa C)
Marina, ao dar 60 reais para pagar uma conta de 17 reais, deveria receber $60 - 17 = 43$ reais de troco, mas recebeu somente $20 - 17 = 3$ reais. Logo, seu prejuízo foi de $43 - 3 = 40$ reais.
Uma outra maneira de resolver o problema é notar que, ao confundir uma nota de 10 reais com uma de 50 reais, Marina teve um prejuízo de $50 - 10 = 40$ reais. Esta solução mostra que o prejuízo de Marina não depende do preço da blusa.

7. (alternativa D)
As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada. Deste modo, João gastou $3/4 - 1/4 = 1/2$ do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou $50 \times 1/2 = 25$ litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25".

8. (alternativa B)

Precisamos calcular o perímetro do polígono mostrado na figura, ou seja, queremos achar $AB + BC + CD + DE + EF + FA$. Nesta soma conhecemos as parcelas $AB = 80$, $BC = 60$, $CD = 60$ e $FA = 40$, e assim nosso problema é achar o comprimento de DE e EF. O ponto G na figura é construído prolongando-se o lado DE. Obtemos então os dois retângulos *AGEF e BCDG*. Logo $EF = AB - CD = 80 - 60 = 20$ e $DE = BC - AF = 60 - 40 = 20$. Assim, o perímetro pedido é $80 + 60 + 60 + 20 + 20 + 40 = 280$ metros. Para justificar o raciocínio acima, notamos que *AGEF e BCDG* são retângulos porque dois quaisquer de seus lados consecutivos são perpendiculares. Como os lados opostos de um retângulo têm a mesma medida, podemos calcular EF e DE mais detalhadamente como $EF = AG = AB - BG = AB - CD = 80 - 60 = 20$ e $DE = DG - EG = BC - AF - 60 - 40 = 20$.

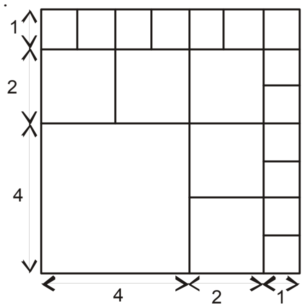


9. (alternativa C)
Como há 22 times no campeonato e cada time só não enfrenta a si próprio, então ele joga 21 vezes (com os outros 21 times) em seu campo e mais 21 vezes nos campos dos adversários. No total, cada time disputa $21 + 21 = 42$ partidas.

10. (alternativa E)
Como o time disputou 20 jogos, venceu 8 e perdeu 8, o número de empates é: $20 - 8 - 8 = 4$. Logo, o time obteve $8 \times 3 = 24$ pontos com as vitórias e $4 \times 1 = 4$ pontos com os empates. Portanto, o time obteve $24 + 4 = 28$ pontos (o time não ganha pontos quando perde).

11. (alternativa C)
Os números (de 1 a 12) no mostrador do relógio dividem a circunferência em 12 partes iguais, e a cada uma corresponde um ângulo central de $360^\circ \div 12 = 30^\circ$. Quando o relógio marca 2 horas, o ângulo formado pelos ponteiros corresponde à soma de dois ângulos de 30° cada, logo é igual a $2 \times 30^\circ = 60^\circ$.

12. (alternativa D)



Lembre que a área de um quadrado de lado L é igual a L^2 ; deste modo, se conhecemos a área $\boldsymbol{a}$ de um quadrado então seu lado é $\sqrt{\boldsymbol{a}}$ A área da folha cortada é a soma das áreas dos quadrados menores, que é 16 +5 x 4 + 13 x 1 = 49 cm^2. Logo, antes de ser cortada, a folha tinha lado $\sqrt{49} = 7$ cm.

Outra solução deste problema é notar que os quadrados do enunciado podem ser agrupados de modo a formar um quadrado maior de lado 7, conforme indicado no desenho.

13. (alternativa A)
Num cubo, duas faces são *adjacentes* quando têm uma aresta comum e *opostas* quando não têm aresta comum. No caso, duas faces opostas do cubo foram pintadas de amarelo e as outras quatro de verde, ou seja, cada face verde é adjacente às duas amarelas. Em cada face amarela do cubo, 9 cubinhos têm uma face amarela. Desses 9 cubinhos, apenas o do centro não tem uma face verde. Logo em cada face amarela temos 8 cubinhos com faces verde e amarela. Como o cubo tem duas faces amarelas, o número total de cubinhos que têm faces com duas cores é 8 + 8 = 16 .

14. (alternativa E)
Como os números envolvidos são pequenos, a questão pode ser resolvida efetuando os cálculos indicados e verificando a paridade do resultado:

(A) 7 x 5 x 11 x 13 x 2 = 10010 que é par
(B) (2005 – 2003) x (2004 + 2003) = 2 x 4007 = 8014 que é par
(C) 7 + 9 + 11+ 13 + 15 + 17 = 72 que é par
(D) $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$ que é par
(E) 3 x 5 + 7 x 9 + 11 x 13 = 15 + 63 + 143 = 221 que é ímpar
Por outro lado, usando seguintes fatos sobre números inteiros

par + par = par	*par + ímpar = ímpar*	*ímpar + ímpar = par*
(qualquer número) × par = par	*ímpar × ímpar = ímpar*	

podemos argumentar como se segue. Os resultados de (A) e (B) são pares, pois ambos contêm o fator 2. Os resultados de (C) e (D) são pares pois são somas de um número par de parcelas ímpares. Finalmente o resultado de (E) é ímpar pois é a soma de um número ímpar de parcelas ímpares. Note que este argumento não depende do fato dos números envolvidos serem grandes ou pequenos.

15. (alternativa A)
Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7, 7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 4 x 8 = 32.

16. (alternativa D)
Como 100 degraus = 10 x 10 degraus, Rosa gastará 15 x 10 = 150 segundos para chegar ao último degrau da escada. Do mesmo modo, Maria levará 20 x 10 = 200 segundos para atingir o topo da escada. Assim, quando Rosa terminar de subir a escada, faltarão 200 – 150 = 50 segundos para Maria completar a subida.

17. (alternativa B)
Sabemos que 1 m = 100 cm. A altura do muro é igual a 2 m, ou seja, 200 cm, e a altura de cada tijolo é de 5 cm. Logo, serão necessárias cerca de 200 ÷ 5 = 40 camadas horizontais de tijolos para atingir a altura do muro. O comprimento do muro é de 7 m, ou seja, 700 cm e o comprimento de um tijolo é de 20 cm. Assim, devem ser colocados em cada camada horizontal do muro cerca de 700 ÷ 20 = 35 tijolos. Levando em conta a espessura da camada de cimento, podemos estimar que o número total de tijolos necessários é 40 x 35 = 1400. Logo Valdemar vai precisar comprar dois milheiros de tijolos.

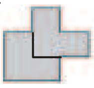
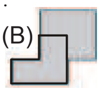
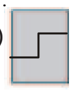
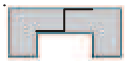
18. (alternativa E)
De janeiro a junho há 6 meses. Portanto, Caio economizou 6 x 20 = 120 moedas até junho. O triplo de 120 é 3 x 120 = 360 . Como Sueli continuou guardando 30 moedas por mês, ela conseguiu guardar 360 moedas após 360 ÷ 30 = 12 meses, ou seja, em dezembro de 2004.

19. (alternativa C)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras de número 1, 2 e 3.

20. (alternativa A)
Como estamos em agosto de 2005, Carlinhos já fez seu aniversário este ano. Assim, ao inverter os dois últimos algarismos do ano em que nasceu, ele escreveu na ficha o ano 2005 – 56 = 1949 . Ele deveria então ter escrito 1994, que é o verdadeiro ano do seu nascimento. Portanto Carlinhos tem 2005 – 1994 = 11 anos.

1. (alternativa B)
Por leitura direta da figura, vemos que uma extremidade do selo está na marca de 20 cm e a outra na marca de 16,6 cm. O comprimento do selo é a diferença entre estes dois valores, ou seja, $20 - 16{,}6 = 20{,}0 - 16{,}6 = 3{,}4$ cm.

2. (alternativa E)
Os desenhos abaixo mostram como juntar as duas peças para obter as alternativas (A), (B), (C) e (D). Apenas a alternativa (E) não pode ser obtida juntando as duas peças, como se pode verificar diretamente por tentativas.

(A)  (B)  (C)  (D) 

3. (alternativa D)
As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada. Deste modo, João gastou $3/4 - 1/4 = 1/2$ do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou 50 x 1/2 = 25 litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25".

4. (alternativa D)
Se n é o menor destes números então os outros dois são $n+1$ e $n+2$. A soma dos três números é $n+(n+1)+(n+2)=90$. Logo $3n+3=90$, donde $3n=87$ e segue que $n=29$. Logo os números são 29, 30 e 31 e o maior é 31.

5. (alternativa C)
Como há 22 times no campeonato e cada time só não enfrenta a si próprio, então ele joga 21 vezes (com os outros 21 times) em seu campo e mais 21 vezes nos campos dos adversários. No total cada time disputa 21 + 21 = 42 partidas.

6. (alternativa E)
Como o time disputou 20 jogos, venceu 8 e perdeu 8, o número de empates é: $20-8-8=4$. Logo, o time obteve 8 x 3 = 24 pontos com as vitórias e 4 x 1 = 4 pontos com os empates. Portanto, o time obteve 24 + 4 = 28 pontos (o time não ganha pontos quando perde).

7. (alternativa C)
Inicialmente a quantia de 200 reais deveria ser dividida igualmente entre as 20 pessoas e assim cada uma deveria pagar $200 \div 10 = 20$ reais. De acordo com o enunciado, a quantia paga por cada pessoa que participou do passeio foi 10 + 15 = 25 reais. Logo, participaram do passeio, $200 \div 25 = 8$ pessoas, e concluímos que $20 - 8 = 12$ pessoas desistiram do passeio.

8. (alternativa D)
Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3, ..., 3 x n onde 3 x n é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever 2005 = 3 x 668 + 1 e segue que $n = 668$.

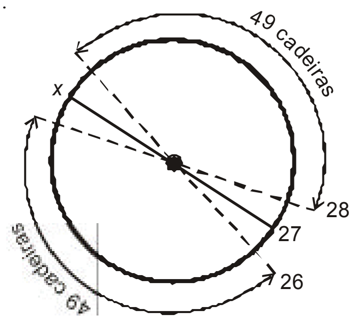
9. (alternativa A)
Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7, 7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 4 x 8 = 32.

10. (alternativa E)
Às 12h 30min o ponteiro dos minutos deu meia volta no relógio a partir do número 12 do mostrador, ou seja, percorreu $360^\circ \div 2 = 180^\circ$. Os números 1, 2, 3, … ,12 do mostrador do relógio dividem a circunferência em doze ângulos iguais, cada um com $360^\circ \div 12 = 30^\circ$. Logo, a cada hora, o ponteiro das horas (o menor) percorre um ângulo de 30°; em meia-hora este ponteiro percorre então $30^\circ \div 2 = 15^\circ$. Logo, o ângulo formado pelos dois ponteiros é $180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$.

11. (alternativa C)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3.

12. (alternativa E)
Se denotarmos por x o número de bolas azuis, então o número de bolas brancas é $2x$. Além disso temos $x+10=2x-10=y$, onde y denota o número de bolas verdes. De $x+10=2x-10$ obtemos $x=20$, donde $y=20+10=30$. Portanto temos 20 bolas brancas, 40 bolas azuis e 30 bolas verdes. Assim, no total há 20 + 40 + 30 = 90 bolas na caixa.

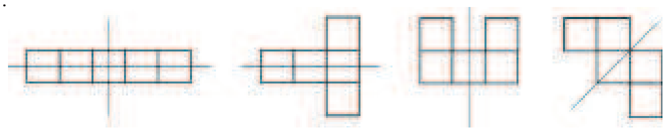
13. (alternativa B)



Observe a figura, onde x indica o número da cadeira oposta à cadeira de número 27.

Como as 100 cadeiras estão regularmente espaçadas, nos espaços entre as cadeiras 27 e x estão as outras 98 cadeiras; assim, em cada um destes espaços, temos 49 cadeiras. Logo o número da cadeira x é 27 + 49 +1 = 77.

14. (alternativa B)
Abaixo estão indicadas as 4 figuras que possuem um ou mais eixos de simetria.



15. (alternativa A)
A soma dos três ângulos internos de um triângulo é 180º. Como o ângulo $\hat{A}$ do triângulo ABC mede 30º, a soma dos ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ é 180º – 30º = 150º. Por outro lado, como o triângulo é isósceles de base BC, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ são iguais, logo cada um deles mede 150º ÷ 2 = 75º . Como o triângulo BCD é isósceles de base BD, temos $B\hat{D}C = C\hat{B}D$ = 75º. O mesmo raciocínio usado acima mostra que $D\hat{C}B$ = 180º – 2 x 75º = 30º. Segue que $D\hat{C}A = A\hat{C}B - D\hat{C}B$ = 75º – 30º = 45º.

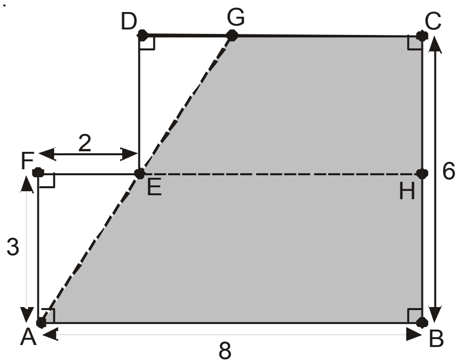
16. (alternativa D)
Como o padrão de distribuição dos números pelas colunas se repete de 15 em 15, na coluna E estarão os múltiplos de 15. O algoritmo da divisão nos diz que 2005 = 133 x 15 + 10 = 1995 + 10. Logo 1995 ocupará a coluna E, e para alcançarmos 2005 faltam mais 10 números (de 1996 a 2005) para serem colocados na tabela. Colocando esses números na tabela de acordo com o padrão, verificamos que 2005 ocupará a coluna D.

A	B	C	D	E
				1995
1996				
1997	1998			
1999	2000	2001		
2002	2003	2004	2005	

17. (alternativa E)
Denotemos por a, b e l os pesos do abacate, da banana e da laranja respectivamente. Do enunciado temos $4a = 9b$ e $3b = 2l$. Logo $4a = 3 \times 3b = 3 \times 2l = 6l$. Segue que $2a = 3l$ e daí $6a = 9l$.

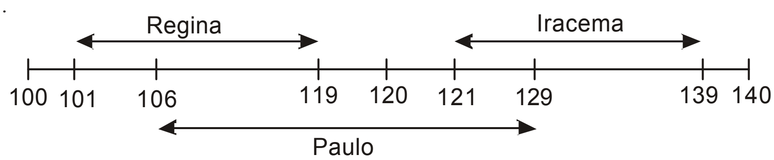
18. (alternativa B)
No primeiro mês foi construído 1/3 da escola, restando assim 1 – 1/3 = 2/3 da escola para serem construídos. Logo, no segundo mês foi construído 1/3 dos 2/3 restantes, isto é, 1/3 x 2/3 = 2/9 da escola. Portanto, nos dois meses foram construídos 1/3 + 2/9 = 5/9 da escola, e falta construir 1 – 5/9 = 4/9 da escola.

19. (alternativa A)



A área pedida é igual à área do polígono $ABCDEF$ menos a soma das áreas dos triângulos retângulos AEF e DEG. A área do triângulo AEF é $\frac{AF \times EF}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$ cm². Vamos agora calcular a área do triângulo DEG. Para calcular DE prolongamos EF até o ponto H, obtendo assim os retângulos $ABHF$ e $CDEH$. Como os lados opostos de um retângulo são iguais, segue que $DE = CH = CB - BH = 6 - AF = 6 - 3 = 3$. Como os lados AF e DE são paralelos, então $E\hat{A}F = G\hat{E}D$. Além disso $AF = ED$, logo os triângulos AEF e DEG são congruentes (caso ALA) e portanto, têm a mesma área. A área do retângulo $ABHF$ é $AD \times AF = 8 \times 3 = 24$ cm², e a do retângulo $CDEH$ é $DE \times CD = 3 \times (AB - EF) = 3 \times (8 - 2) = 18$ cm². Portanto a área procurada é 24 + 18 – 2 x 3 = 36 cm². Alternativamente, a área do trapézio $ABCG$ cuja altura é $BC = 6$ e cuja as bases são $AB = 8$ e $CG = CD - GD = 6 - 2 = 4$ pode ser calculada diretamente. Portanto a área é $\frac{8+4}{2} \times 6 = 36$ cm².

20. (alternativa E)
Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.



(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 101, 102, 103, 104 e 105; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa. (ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120. Aqui, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa. (iii) Se Iracema está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 e 139; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é 5+1+10=16.

1. (alternativa D)
As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada. Deste modo, João gastou 3/4 – 1/4 = 1/2 do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou 50 x 1/2 = 25 litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como “João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25”.

2. (alternativa C)
A folha dupla consiste de dois retângulos de 12 cm por 10 cm, que têm a dobra como um lado comum de 10 cm. Ao cortar a folha dupla, obtemos três retângulos, dois deles de medida 6 cm por 10 cm e um maior formado de 12 cm por 10 cm. A área de cada um dos retângulos de medida 6 cm por 10 cm é 6 x 10 = 60 cm^2 e a do retângulo de 12 cm por 10 cm é 12 x 10 = 120 cm^2. Logo a área do maior pedaço é 120 cm^2.

3. (alternativa D)
Como uma hora tem 60 minutos, em um minuto os amigos percorrem 6 ÷ 60 = 0,1 km, que é o mesmo que 100 m. Se *A* e *B* indicam a posição dos dois amigos um minuto após a partida, então no triângulo *PAB* temos *PA* = *PB* = 100 m. Isto quer dizer que o triângulo *PAB* é isósceles, logo os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são iguais. Como a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é 180º e $\hat{P}$ = 60º, segue que $\hat{A} + \hat{B}$ = 180º – 60º = 120º. Como estes dois ângulos são iguais, cada um deles mede 120º ÷ 2 = 60º. Logo o triângulo *PAB* tem todos seus ângulos iguais a 60º, ou seja, ele é equilátero. Assim temos *AB* = *PA* = *PB* = 100 m.

4. (alternativa C)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3.

5. (alternativa E)
No quadro temos a equação $2x^2 - bx + 60 = 0$, onde *b* denota o número apagado. Como *x* = 6 é uma das raízes desta equação, segue que 2 x 6^2 – 6b + 60 = 0, donde 132 – 6b = 0, ou seja, b = 132/6 = 22.

6. (alternativa D)
Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3,..., 3 x *n* onde 3 x *n* é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever 2005 = 3 x 668 + 1 e segue que n = 668 .

7. (alternativa C)
Como a quantidade de cálcio consumida é diretamente proporcional à quantidade de leite ingerida, podemos montar a seguinte regra de três:

800 mg —— 100%
296 mg —— x %

e segue que $\dfrac{800}{296} = \dfrac{100}{x}$, donde $x = \dfrac{296 \text{ x } 100}{800}$ = 37□

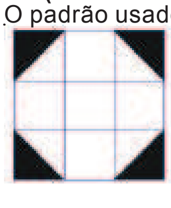
8. (alternativa B)
Para calcular os possíveis comprimentos dos caminhos que a formiga pode percorrer, é necessário saber o comprimento da diagonal dos retângulos da malha. Para isto usa-se o Teorema de Pitágoras, que diz que em um triângulo retângulo de hipotenusa *a* e catetos *b* e *c* temos $a^2 = b^2 + c^2$. Se *d* é a diagonal que queremos calcular então $d^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, donde *d* = 5.
Note agora que existem apenas quatro opções de caminhos que a formiga pode escolher para ir de *A* a *B*: ***(i)*** ***Caminhos que não passam pelas diagonais:*** Qualquer caminho deste tipo passa por pelo menos três lados de comprimento 4cm e dois lados de comprimento 3 cm. Neste caso, o menor caminho tem comprimento 3 x 4 + 2 x 3 = 12 + 6 = 18 cm. ***(ii) Caminhos que passam por apenas uma diagonal:*** Todo caminho deste tipo passará no mínimo por um lado de comprimento 3 cm e dois de comprimento 4 cm. Portanto, neste caso, o menor caminho será de 5 + 3 + 2 x 4 = 16 cm. ***(iii) Caminhos que passam por exatamente duas diagonais:*** Note que existe um caminho que passa apenas por duas diagonais e por um lado de comprimento 4; o comprimento deste caminho é 5 x 2 + 4 = 14 cm. Por outro lado, qualquer caminho que passe por duas diagonais terá que passar por um lado de comprimento 4 cm, logo seu comprimento será no mínimo igual a 14 cm. Logo, neste caso, o menor caminho tem comprimento 14 cm. ***(iv) Caminhos que passam por mais de duas diagonais :*** Qualquer caminho deste tipo terá comprimento no mínimo 15 cm. Portanto a resposta é 14 cm.

9. (alternativa A)
Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7, 7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 8 x 4 = 32.

10. (alternativa A)
De acordo com o enunciado, a expressão que fornece a temperatura *Celsius* (C) em função da temperatura *Fahrenheit* (F) é $C = 5/9\,(F - 32)$ (*). Essa expressão é da forma $C = aF + b$, onde $a = 5/9$ e $b = -160/9$. Logo, seu gráfico é uma reta, excluindo assim as opções (D) e (E). Esta reta corta o eixo ^oF no ponto de ordenada $C = 0$, o que acontece quando $F = 32$, de acordo com a expressão (*). Isto elimina a opção (C). Além disso, como $a = 5/9 > 0$, a inclinação da reta é positiva, o que elimina a opção (B).

11. (alternativa B)
Temos 12 kg de farinha = 12 × 1 kg de farinha, 54 ovos = 9 × 6 ovos e 3,6 kg de manteiga = 3600 g de manteiga = 18 × 200 gramas de manteiga. Portanto, a quantidade de farinha foi multiplicada por 12, a de manteiga por 18 e a de ovos **apenas** por 9. Logo, o padeiro poderá fazer no máximo 24 x 9 = 216 pães.

12. (alternativa A)
O padrão usado para cobrir a parede é formado por mosaicos constituídos de nove azulejos, como na figura.



Em cada mosaico, a área preta corresponde à metade de quatro quadrados, ou seja, a dois quadrados. Deste modo, a área preta é 2/9 da área do mosaico e a área branca é 1 – 2/9 = 7/9 da área do mosaico. A parede tem 9 m = 900 cm de comprimento e 3 m = 300 cm de altura. Como 900 ÷ 30 = 30 e 300 ÷ 30 = 10, a parede pode ser coberta por 30 x 10 = 300 mosaicos, cada um com área 30 x 30 = 900 cm^2. Deste modo, a área da parede coberta com a cor branca é 7/9 x 900 x 300 = 210000 cm^2 = 21 x 10000 cm^2 = 21 m^2.

13. (alternativa A)
Denotemos por c o comprimento e por l a largura do terreno. Então o perímetro do terreno é $2 \times (c + l)$ e sua área é $c \times l$. Já sabemos a área do terreno, que é 60 m^2, donde $c \times l = 60$. O enunciado nos diz que foram usados 64 m de arame para uma cerca de dois fios, e assim o perímetro do terreno é $64 \div 2 = 32$ m. Logo $2 \times (c + l) = 32$ e concluímos que $c + l = 16$. Segue que c e l são dois números cuja soma é 16 e o produto é 60. É facil ver que esses números são 6 e 10. Assim, a diferença pedida é $10 - 6 = 4$ m.

Mais geralmente, sabemos que o problema de determinar dois números reais dos quais se conhece a soma s e o produto p equivale a achar as soluções da equação $x^2 - sx + p = 0$. As raízes reais desta equação (caso existam) serão os números procurados. No nosso caso, temos que c e l são raízes de $x^2 - 16x + 60 = 0$. Usando a fórmula habitual $x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2}$ obtemos as raízes 6 e 10.

14. (alternativa C)
Lembre que o comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$. Logo, o comprimento de cada trecho circular é 10π metros, e como são dois trechos circulares, a parte circular da pista tem comprimento igual a $2 \times 10\pi = 20\pi$ metros. A soma dos comprimentos dos dois trechos retos é $2c$. Para satisfazer as condições da questão, devemos ter $2c$ o mais próximo possível de 20π, o que é o mesmo que dizer que devemos ter c o mais próximo possível de 10π. Como $3{,}14 < \pi < 3{,}15$ segue $31{,}4 < 10\pi < 31{,}5$. Dentre as alternativas, a melhor aproximação para 10π é então $c = 30$.

15. (alternativa D)
Para que Manoel vá ao rio o menor número de vezes possível, ele deve sempre encher totalmente a lata. Conforme mostra a figura, a lata tem a forma de um paralelepípedo reto de base quadrada. Logo o volume da lata é (área da base) × (altura) $= 30 \times 30 \times 40 = 36000$ cm^3, ou seja, 0,036 m^3. A caixa d'água tem 2 m^3, logo nela cabem $\frac{2}{0{,}036} = \frac{2 \times 10^3}{36} = 55{,}555\ldots$ latas d'água. Como a cada lata cheia corresponde uma ida ao rio, concluímos que Manoel precisará ir no mínimo 56 vezes ao rio para encher a sua caixa d'água.

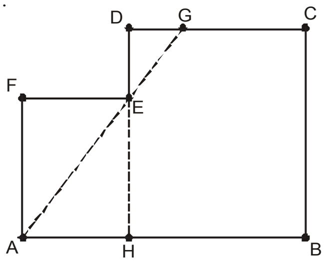
16. (alternativa **D**)
Se v é a velocidade desenvolvida por Ana, então a velocidade desenvolvida por Beatriz é $v + 10$. No momento em que as duas se cruzam, a distância percorrida por Ana é $150 - 30 = 120$ km e a percorrida por Beatriz é $150 + 30 = 180$ km.

Como $tempo = \frac{distância}{velocidade}$ e o tempo gasto pelas duas até o momento do encontro é o mesmo, temos $\frac{120}{v} = \frac{180}{v + 10}$.

Logo $120\,(v + 10) = 180\,v$, donde $v = 20$ km/h.

17. (alternativa **B**)
Considere o triângulo retângulo cuja hipotenusa é a escada que mede 25 m, um dos catetos é o segmento ligando o pé da escada à base do edifício, que mede 7 m, e o outro cateto é o segmento da parede do edifício que une o topo da escada ao solo. O comprimento x deste último cateto pode ser calculado imediatamente a partir do Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 7^2 + x^2$ e obtemos $x = 24$ m. Quando o topo da escada escorrega 4 m para baixo, obtemos um novo triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 25 m e um dos catetos mede $24 - 4 = 20$ m. O outro cateto y deste triângulo é determinado, outra vez, pelo Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 20^2 + y^2$ e segue que $y = 15$ m. Logo, o deslocamento do pé da escada será de $15 - 7 = 8$ m.

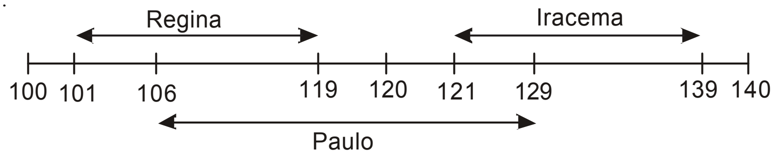
18. (alternativa D)



O perímetro p é dado por $p = AB + BC + CG + AG$. Como já conhecemos AB e BC, o problema é calcular CG e AG. Para isto, precisamos determinar a medida de outros segmentos na figura, e começamos calculando a medida de CD, DE e AE. Prolongando DE até o ponto H, obtemos os retângulos $AHEF$ e $BCDH$.
Como num retângulo os lados opostos são iguais, temos $EH = AF = 4$, $AH = EF = 3$ e $DH = BC = 6$. Logo $CD = BH = AB - AH = 8 - 3 = 5$ e $DE = DH - EH = BC - AF = 6 - 4 = 2$. Para determinar AE, note que o triângulo AEF é retângulo de catetos $AF = 4$, $EF = 3$ e hipotenusa AE; do Teorema de Pitágoras segue que $AE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Vamos agora calcular EG e DG. Note que os triângulos AEF e DEG são ambos retângulos e os seus ângulos em $\hat{A}$ e $\hat{E}$ são iguais, pois os lados AF e DE são paralelos. Logo estes triângulos são semelhantes. Temos então $\frac{AE}{EG} = \frac{AF}{DE} = \frac{EF}{DG}$, ou seja, $\frac{5}{EG} = \frac{4}{2} = \frac{3}{DG}$. Assim $EG = 2{,}5$ e $DG = 1{,}5$, donde $CG = CD - DG = 5 - 1{,}5 = 3{,}5$. Agora podemos calcular o perímetro pedido: $p = AB + BC + CG + GA = AB + BC + CG + GE + EA = 8 + 6 + 3{,}5 + 2{,}5 + 5 = 25$ cm.

19. (alternativa B)
Como há 7 possíveis adversários para o Brasil, todos com a mesma chance de serem escolhidos, a probabilidade do adversário do Brasil na primeira rodada ser a Argentina é 1/7.

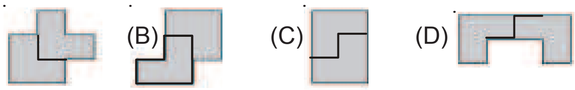
20. (alternativa E)
Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.



(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 101, 102, 103, 104 e 105; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa. (ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120. Aqui, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa. (iii) Se Iracema está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 e 139; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é 5 + 1 + 10 = 16.

1. (alternativa B)
Por leitura direta da figura, vemos que uma extremidade do selo está na marca de 20 cm e a outra na marca de 16,6 cm. O comprimento do selo é a diferença entre estes dois valores, ou seja, $20 - 16{,}6 = 20{,}0 - 16{,}6 = 3{,}4$ cm.

2. (alternativa E)
Os desenhos abaixo mostram como juntar as duas peças para obter as alternativas (A), (B), (C) e (D). Apenas a alternativa (E) não pode ser obtida juntando as duas peças, como se pode verificar diretamente por tentativas.



3. (alternativa D)
As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada. Deste modo, João gastou $3/4 - 1/4 = 1/2$ do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou 50 x 1/2 = 25 litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25".

4. (alternativa D)
Se n é o menor destes números então os outros dois são $n+1$ e $n+2$. A soma dos três números é $n+(n+1)+(n+2)=90$. Logo $3n+3=90$, donde $3n=87$ e segue que $n=29$. Logo os números são 29, 30 e 31 e o maior é 31.

5. (alternativa C)
Como há 22 times no campeonato e cada time só não enfrenta a si próprio, então ele joga 21 vezes (com os outros 21 times) em seu campo e mais 21 vezes nos campos dos adversários. No total cada time disputa $21 + 21 = 42$ partidas.

6. (alternativa E)
Como o time disputou 20 jogos, venceu 8 e perdeu 8, o número de empates é: $20 - 8 - 8 = 4$. Logo, o time obteve 8 x 3 = 24 pontos com as vitórias e 4 x 1 = 4 pontos com os empates. Portanto, o time obteve $24 + 4 = 28$ pontos (o time não ganha pontos quando perde).

7. (alternativa C)
Inicialmente a quantia de 200 reais deveria ser dividida igualmente entre as 20 pessoas e assim cada uma deveria pagar $200 \div 10 = 20$ reais. De acordo com o enunciado, a quantia paga por cada pessoa que participou do passeio foi $10 + 15 = 25$ reais. Logo, participaram do passeio, $200 \div 25 = 8$ pessoas, e concluímos que $20 - 8 = 12$ pessoas desistiram do passeio.

8. (alternativa D)
Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3, ..., 3 x n onde 3 x n é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever 2005 = 3 x 668 + 1 e segue que $n = 668$.

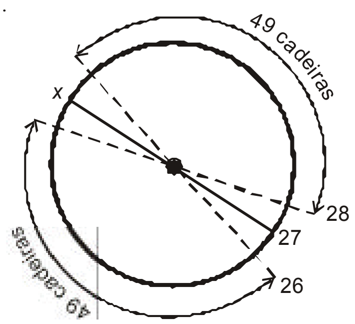
9. (alternativa A)
Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7*, *7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 4 x 8 = 32.

10. (alternativa E)
Às 12h 30min o ponteiro dos minutos deu meia volta no relógio a partir do número 12 do mostrador, ou seja, percorreu $360^\circ \div 2 = 180^\circ$. Os números 1, 2, 3, … ,12 do mostrador do relógio dividem a circunferência em doze ângulos iguais, cada um com $360^\circ \div 12 = 30^\circ$. Logo, a cada hora, o ponteiro das horas (o menor) percorre um ângulo de 30°; em meia-hora este ponteiro percorre então $30^\circ \div 2 = 15^\circ$. Logo, o ângulo formado pelos dois ponteiros é $180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$.

11. (alternativa C)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3.

12. (alternativa E)
Se denotarmos por x o número de bolas azuis, então o número de bolas brancas é $2x$. Além disso temos $x + 10 = 2x - 10 = y$, onde y denota o número de bolas verdes. De $x + 10 = 2x - 10$ obtemos $x = 20$, donde $y = 20 + 10 = 30$. Portanto temos 20 bolas brancas, 40 bolas azuis e 30 bolas verdes. Assim, no total há 20 + 40 + 30 = 90 bolas na caixa.

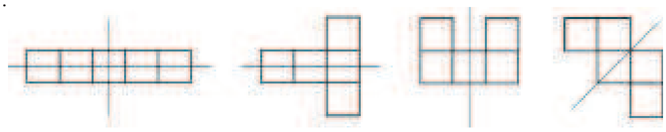
13. (alternativa B)



Observe a figura, onde x indica o número da cadeira oposta à cadeira de número 27.

Como as 100 cadeiras estão regularmente espaçadas, nos espaços entre as cadeiras 27 e x estão as outras 98 cadeiras; assim, em cada um destes espaços, temos 49 cadeiras. Logo o número da cadeira x é 27 + 49 +1 = 77.

14. (alternativa B)
Abaixo estão indicadas as 4 figuras que possuem um ou mais eixos de simetria.



15. (alternativa A)
A soma dos três ângulos internos de um triângulo é 180º. Como o ângulo $\hat{A}$ do triângulo *ABC* mede 30º, a soma dos ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ é 180º – 30º = 150º. Por outro lado, como o triângulo é isósceles de base *BC*, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ são iguais, logo cada um deles mede 150º ÷ 2 = 75º . Como o triângulo *BCD* é isósceles de base *BD*, temos $B\hat{D}C = C\hat{B}D$ = 75º. O mesmo raciocínio usado acima mostra que $D\hat{C}B$ = 180º – 2 x 75º = 30º. Segue que $D\hat{C}A = A\hat{C}B - D\hat{C}B$ = 75º – 30º = 45º.

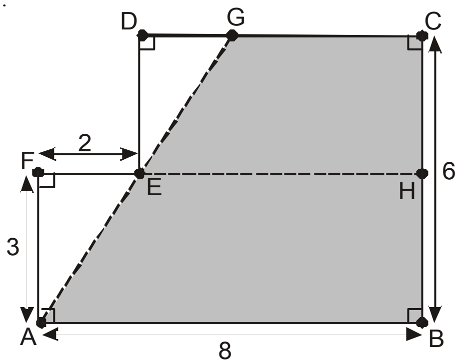
16. (alternativa D)
Como o padrão de distribuição dos números pelas colunas se repete de 15 em 15, na coluna E estarão os múltiplos de 15. O algoritmo da divisão nos diz que 2005 = 133 x 15 + 10 = 1995 + 10. Logo 1995 ocupará a coluna E, e para alcançarmos 2005 faltam mais 10 números (de 1996 a 2005) para serem colocados na tabela. Colocando esses números na tabela de acordo com o padrão, verificamos que 2005 ocupará a coluna D.

A	B	C	D	E
				1995
1996				
1997	1998			
1999	2000	2001		
2002	2003	2004	2005	

17. (alternativa E)
Denotemos por *a*, *b* e *l* os pesos do abacate, da banana e da laranja respectivamente. Do enunciado temos 4*a* = 9*b* e 3*b* = 2*l*. Logo 4*a* = 3 x 3*b* = 3 x 2*l* = 6*l*. Segue que 2*a* = 3*l* e daí 6*a* = 9*l*.

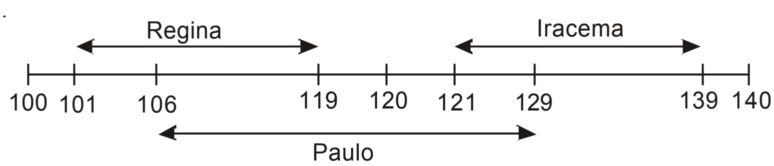
18. (alternativa B)
No primeiro mês foi construído 1/3 da escola, restando assim 1 – 1/3 = 2/3 da escola para serem construídos. Logo, no segundo mês foi construído 1/3 dos 2/3 restantes, isto é, 1/3 x 2/3 = 2/9 da escola. Portanto, nos dois meses foram construídos 1/3 + 2/9 = 5/9 da escola, e falta construir 1 – 5/9 = 4/9 da escola.

19. (alternativa A)



A área pedida é igual à área do polígono *ABCDEF* menos a soma das áreas dos triângulos retângulos *AEF* e *DEG*. A área do triângulo *AEF* é $\frac{AF \times EF}{2} = \frac{3 \times 2}{2}$ = 3 cm². Vamos agora calcular a área do triângulo *DEG*. Para calcular *DE* prolongamos *EF* até o ponto *H*, obtendo assim os retângulos *ABHF* e *CDEH*. Como os lados opostos de um retângulo são iguais, segue que *DE* = *CH* = *CB* – *BH* = 6 – *AF* = 6 – 3 = 3. Como os lados *AF* e *DE* são paralelos, então $E\hat{A}F = G\hat{E}D$. Além disso *AF* = *ED*, logo os triângulos *AEF* e *DEG* são congruentes (caso ALA) e portanto, têm a mesma área. A área do retângulo *ABHF* é *AD* x *AF* = 8 x 3 = 24 cm², e a do retângulo *CDEH* é *DE* x *CD* = 3 x (*AB* – *EF*) = 3x(8 – 2) = 18 cm² . Portanto a área procurada é 24 + 18 – 2 x 3 = 36 cm². Alternativamente, a área do trapézio *ABCG* cuja altura é *BC* = 6 e cuja as bases são *AB* = 8 e *CG* = *CD* – *GD* = 6 –2 = 4 pode ser calculada diretamente. Portanto a área é $\frac{8+4}{2}$ x 6 = 36 cm².

20. (alternativa E)
Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.



(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 101, 102, 103, 104 e 105; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa. (ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120. Aqui, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa. (iii) Se Iracema está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 e 139; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é 5+1+10=16.

QUESTÃO 1
ALTERNATIVA E

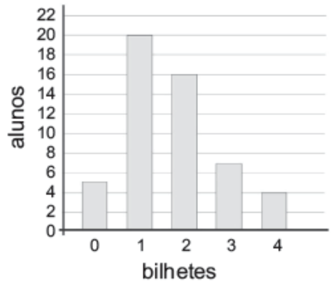
Basta calcular 8% de 250: $\frac{8}{100} \times 250 = \frac{2}{25} \times 250 = 2 \times 10 = 20$.

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA E

Fazemos a conta diretamente: $1 + \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}} = 1 + 3 = 4$.

QUESTÃO 3
ALTERNATIVA D

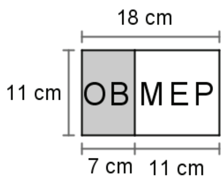
Vamos ler as informações contidas no gráfico:



- 5 alunos não compraram bilhetes (isto é, compraram 0 bilhetes cada um): total $5 \times 0 = 0$ bilhetes
- 20 alunos compraram 1 bilhete cada um: total $20 \times 1 = 20$ bilhetes
- 16 alunos compraram 2 bilhetes cada um: total $16 \times 2 = 32$ bilhetes
- 7 alunos compraram 3 bilhetes cada um: total $7 \times 3 = 21$ bilhetes
- 4 alunos compraram 4 bilhetes cada um: total $4 \times 4 = 16$ bilhetes

Logo o número total de bilhetes comprados foi $0 + 20 + 32 + 21 + 16 = 89$.

QUESTÃO 4
ALTERNATIVA A



Ao lado marcamos com linha mais forte o corte, tanto no cartão original quanto no cartão formado após o corte. Na figura 1, vemos que o corte mede 11 cm, pois a parte com OB é um retângulo e os lados opostos de um retângulo são iguais. Na figura 2 vemos que o lado superior da parte com MEP também mede 11 cm. Desse modo o lado menor da parte com OB mede $18 - 11 = 7$ cm e sua área é $7 \times 11 = 77$ cm^2.

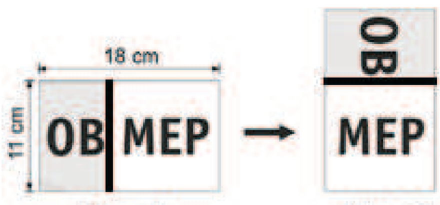


Figura 1 Figura 2

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA C

Como ao multiplicar qualquer número por 0 o resultado é 0, não contribuindo assim para maximizar o resultado da expressão, devemos colocar sinais de adição dos dois lados do 0:

$$2 \ \boxed{} \ 3 \ \boxed{+} \ 0 \ \boxed{+} \ 8 \ \boxed{} \ 9 \ \boxed{} \ 1$$

Entre multiplicar por 1 e somar 1, o maior resultado é obtido no segundo caso, logo devemos também colocar um sinal de adição antes do 1:

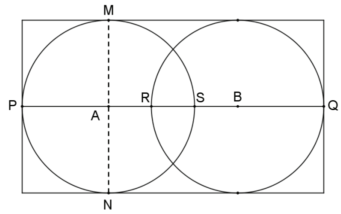
$$2 \ \boxed{} \ 3 \ \boxed{+} \ 0 \ \boxed{+} \ 8 \ \boxed{} \ 9 \ \boxed{+} \ 1$$

Finalmente, 2×3 é maior que $2 + 3$ e 8×9 é maior que $8 + 9$, de modo que a expressão que fornece o maior valor é

$$2 \ \boxed{\times} \ 3 \ \boxed{+} \ 0 \ \boxed{+} \ 8 \ \boxed{\times} \ 9 \ \boxed{+} \ 1$$

cujo valor é $2 \times 3 + 0 + 8 \times 9 + 1 = 79$.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA D



Os segmentos AP, AS, BR e BQ são raios dos círculos, logo todos têm comprimento 2. Além disso, temos $BS = BR - RS = 1$, donde $PQ = PA + AS + SB + BQ = 2 + 2 + 1 + 2 = 7$ e vemos que os lados maiores do retângulo têm comprimento 7. Por outro lado, o comprimento dos lados menores do retângulo é igual ao comprimento de MN, que é um diâmetro do círculo, ou seja, tem comprimento 4. Logo o perímetro do retângulo é $7 + 7 + 4 + 4 = 22$ cm.

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA C

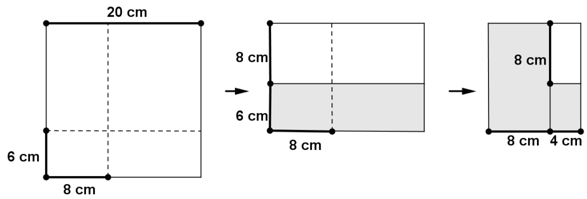
1ª solução: Representando o número de amigos por n e o preço da pizza por p, temos $p = 8n + 2{,}50 = 9n - 3{,}50$. Logo $8n + 2{,}50 = 9n - 3{,}50$; resolvendo para n obtemos $n = 6$. O preço da pizza é então $8 \times 6 + 2{,}50 = 50{,}50$ reais.

2ª solução: A partir de $p = 8n + 2{,}50 = 9n - 3{,}50$ temos $n = \dfrac{p - 2{,}50}{8} = \dfrac{p + 3{,}50}{9}$. Igualando as expressões para p e resolvendo a equação resultante obtemos $p = 50{,}50$.

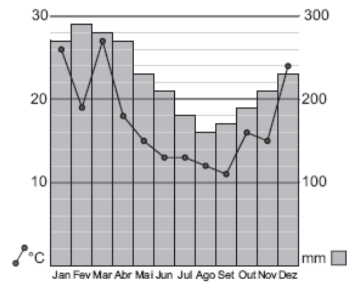
3ª solução: Quando cada amigo deu R$ 1,00 a mais, a quantia arrecadada aumentou de $2{,}50 + 3{,}50 = 6$ reais. Logo há 6 amigos e o preço da pizza é $8 \times 6 + 2{,}50 = 50{,}50$ reais.

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA B

A figura mostra os comprimentos de alguns segmentos ao longo da sequência de dobras. Ao final, vemos que a região branca é um retângulo de lados de comprimento 4 cm e 8 cm; sua área é então $4 \times 8 = 32\,\text{cm}^2$.



QUESTÃO 9
ALTERNATIVA E



Vamos analisar cada uma das alternativas a partir da observação do gráfico.

A) O mês mais chuvoso foi fevereiro e o mês mais quente foi março. Logo (A) é falsa.
B) O mês menos chuvoso foi agosto e o mês mais foi frio setembro. Logo (B) é falsa.
C) De outubro para novembro a precipitação aumentou e a temperatura caiu. Logo (C) é falsa.
D) Os dois meses mais quentes foram janeiro e março e as maiores precipitações ocorreram em fevereiro e março. Logo (D) é falsa.
E) Os dois meses mais frios e de menor precipitação foram agosto e setembro. Logo (E) é verdadeira.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA B

Sabemos que:

- a soma dos números de Fátima e Bernardo é 16;
- a soma dos números de Bernardo e Daniela é 12.
- a soma dos números de Fátima e Daniela é 8;

Assim $16 + 8 + 12 = 36$ é duas vezes a soma dos números de Fátima, Bernardo e Eduardo; logo a soma dos números dessas três crianças é 18. Como a soma dos números de Bernardo e Daniela é 12, o número favorito de Fátima é $18 - 12 = 6$.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA E

Para fazer 600 litros de tinta lilás são necessários $\frac{600}{8}\times 5 = 375$ litros de tinta branca e $\frac{600}{8}\times 3 = 225$ litros de tinta roxa. A fábrica produz 1 litro de tinta branca por minuto e 0,5 litro de tinta roxa por minuto; ou seja, produz 1 litro de tinta roxa a cada 2 minutos. Logo ela vai levar 375 minutos para produzir os 375 litros de tinta branca e $2\times 225 = 450$ minutos para produzir os 225 litros de tinta roxa. Assim, a fábrica estará pronta para produzir 600 litros de tinta lilás após 450 minutos, ou seja, em 7 horas e 30 minutos.

QUESTÃO 12
ALTERNATIVA D

$$\begin{array}{r} O\ B \\ \times\quad 6 \\ \hline M\ E\ P \end{array}$$

Vejamos primeiro os possíveis valores para B e P. Para isto, vamos analisar os possíveis valores de B e o resultado de sua multiplicação por 6.

- $B = 2$: nesse caso P também seria 2, o que é impossível pois não há algarismos repetidos. Observamos que esse argumento também elimina a possibilidade $B = 4$.
- $B = 3$: esse caso não pode acontecer pois $3\times 6 = 18$ e P não pode ser 8.
- $B = 5$: esse caso não pode acontecer pois $5\times 6 = 30$ e P não pode ser 0.
- $B = 6$: esse caso não pode acontecer pois não há algarismos repetidos.

Concluímos então que $B = 7$; como $7\times 6 = 42$, segue que $P = 2$ e que "vai 4" para a coluna das dezenas. Notamos agora que E é o algarismo das unidades de $4 + O\times 6$, que é um número par. Logo E é par, e como os algarismos 2 e 6 já apareceram, resta a possibilidade $E = 4$. Finalmente, como $3\times 6 + 4 = 22$ e $5\times 6 + 4 = 34$, vemos que a única possibilidade para O é $O = 5$. Temos também $M = 3$ e a multiplicação é $57\times 6 = 342$.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA C

O quadrado está dividido em quatro quadrados menores iguais. Cada um dos triângulos brancos tem um lado que é um lado de um quadrado menor e sua altura, relativa a este lado, é a metade do lado do quadrado menor; logo sua área é $\frac{1\times\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$ da área de um quadrado menor. Como são quatro desses triângulos, vemos que a área da parte branca é igual à área de $4\times\frac{1}{4} = 1$ quadrado menor. Como área de um desses quadrados é $\frac{1}{4}$ da área do quadrado maior, segue que a área preta é igual a $1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ da área do quadrado maior.

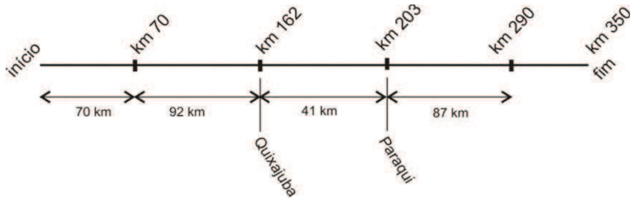
QUESTÃO 14
ALTERNATIVA E

Os dias de um mês estão distribuídos da seguinte forma entre os dias da semana:

dia da semana	dias do mês
do dia 1	1, 8, 15, 22 e 29
do dia 2	2, 9, 16, 23 e 30
do dia 3	3, 10,17, 24, 31
do dia 4	4,11,18, 25
do dia 5	5,12, 19, 26
do dia 6	6, 13,20, 27
do dia 7	7, 14, 21, 28

Como o nosso mês tem cinco segundas e cinco quartas (logo nosso mês não pode ter menos de 31 dias), a primeira segunda e a primeira quarta caíram nos dias 1, 2 ou 3. Como segunda e quarta não são dias da semana consecutivos, a única possibilidade é que a primeira segunda tenha caído no dia 1 e a primeira quarta no dia 3. Logo o dia 5 foi uma sexta e a tabela nos mostra que o dia 26 também foi uma sexta.

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA B
Na figura a seguir, admitimos que a estrada de 350 km começa à esquerda e termina à direita; também não faz diferença supor que Quixajuba esteja à esquerda de Paraqui.



Vamos explicar como foi feita a figura. Notamos que Quixajuba não pode estar à esquerda do quilômetro 70, pois nesse caso ela estaria antes do início da estrada. Logo ela está à direita do quilômetro 70 e fica no quilômetro $70+92=162$ da estrada. Do mesmo modo vemos que Paraqui está à esquerda do quilômetro 270 e fica no quilômetro $290-87=203$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $203-162=41$ quilômetros.

QUESTÃO 16
ALTERNATIVA A
1ª solução: Como Jeca e Tatu comeram juntos 33 bananas, concluímos que Saci e Pacu comeram juntos $52-33=19$ bananas. Como Saci foi quem mais comeu e Pacu comeu pelo menos 1 banana, Saci comeu no máximo $19-1=18$ bananas. Portanto, Jeca comeu no máximo 17 bananas e, como Jeca comeu mais que Tatu, concluímos que Tatu comeu no máximo 16 bananas. Como $33=17+16$, não é possível que Jeca tenha comido menos que 17 ou Tatu menos que 16 bananas. Vemos assim que Jeca comeu 17 bananas e Tatu comeu 16 bananas; além disso, Saci comeu 18 bananas e sobrou apenas 1 banana para o Pacu.

2ª solução: Vamos denotar por *s*, *j*, *t* e *p* o número de bananas comidas por Saci, Jeca, Tatu e Pacu, respectivamente. Os dados do problema podem ser escritos como

1. $s+j+t+p=52$ (juntos eles comeram 52 bananas)
2. $s,j,t,p\geq 1$ (ninguém ficou sem comer)
3. $s>j,t,p$ (Saci comeu mais que todos os outros)
4. $j+t=33$ (Jeca e Tatu comeram, juntos, 33 bananas)
5. $j>t$ (Jeca comeu mais que Tatu)

De (1) e (4) segue que $s+p=52-(j+t)=52-33=19$. Como $p\geq 1$ temos $s\leq 18$ e de (3) segue que $j<18$. Por outro lado, de (4) e (5) segue que $2j=j+j>j+t=33$; logo $j>\frac{33}{2}=16{,}5$ e segue que $j\geq 17$. Temos então $17\leq j<18$; logo $j=17$ e $t=16$, ou seja, Tatu comeu 16 bananas.

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA D
Vamos escolher um ponto entre os pontos destacados; por exemplo, o primeiro ponto à esquerda no lado inferior do quadrado. A figura mostra os três triângulos retângulos que podemos construir com o vértice com o ângulo reto nesse ponto. Como o mesmo acontece com os outros pontos destacados, vemos que o número de triângulos retângulos com vértices nesses pontos é $8\times 3=24$.

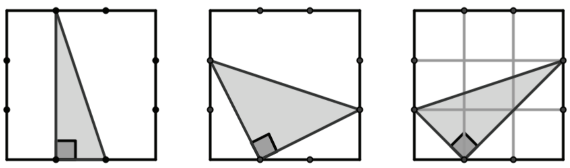


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Devemos justificar a afirmativa de que esses triângulos são retângulos. Isso é claro para o triângulo da figura 1. Quanto ao da figura 2, notamos que os dois triângulos retângulos brancos são congruentes, logo seus ângulos com vértice no ponto escolhido somam 90° e, consequentemente, o ângulo do triângulo cinza nesse vértice é também 90°. Finalmente, o triângulo da figura 3 é retângulo pois seus lados menores são diagonais de quadrados, como indicado pelos segmentos mais claros; assim eles fazem ângulo de 45º com o lado inferior do quadrado e o ângulo do triângulo cinza nesse vértice é também 90º.

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA D

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

		é	diz que	logo
1	**Adriano**	um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	**Bruno**	uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	**Carlos**	uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

		é	diz que	logo
1	**Adriano**	uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	**Bruno**	um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	**Carlos**	um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA A

O número central pode ser qualquer dos pares de 2 a 18. Se o número central é 2, há um único ímpar de 1 a 19 menor que ele e 9 ímpares maiores que ele; logo há $1\times 9=9$ triplas nesse caso. Se o número central é 4, há 2 ímpares menores e 8 ímpares maiores que ele; nesse caso temos $2\times 8=16$ triplas. Continuando esse processo, vemos que o número total de triplas é

$$1\times 9+2\times 8+3\times 7+4\times 6+5\times 5+6\times 4+7\times 3+8\times 2+9\times 1=165.$$

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA C

Sejam n um número enquadrado entre 10 e 100, a seu algarismo das dezenas e b seu algarismo das unidades; notamos que $1\le a\le 9$ e $0\le b\le 9$. Então $n=10a+b$ e o número obtido invertendo-se os algarismos de n é $10b+a$. Como n é enquadrado temos que $(10a+b)+(10b+a)=11a+11b=11(a+b)$ é um quadrado perfeito.

Notamos primeiro que se $b=0$ não é possível que $11(a+b)$ seja um quadrado perfeito, pois $11a$ nunca é um quadrado perfeito para a assumindo os valores de 1 a 9. Logo temos $b\neq 0$ (podemos também chegar a essa conclusão verificando diretamente que 10, 20, 30,…, 90 não são enquadrados). Com isso, vemos que $2\le a+b\le 18$; dentre esses possíveis valores para $a+b$, o único que faz de $11(a+b)$ um quadrado perfeito é 11. Logo $a+b=11$ e as possibilidades para n são então 29 e 92, 38 e 83, 47 e 74 e 56 e 65, num total de 8.

QUESTÃO 1
ALTERNATIVA C

Como ao multiplicar qualquer número por 0 o resultado é 0, não contribuindo assim para maximizar o resultado da expressão, devemos colocar sinais de adição dos dois lados do 0:

$$2\ \boxed{}\ 3\ \boxed{+}\ 0\ \boxed{+}\ 8\ \boxed{}\ 9\ \boxed{}\ 1$$

Entre multiplicar por 1 e somar 1, o maior resultado é obtido no segundo caso, logo devemos também colocar um sinal de adição antes do 1:

$$2\ \boxed{}\ 3\ \boxed{+}\ 0\ \boxed{+}\ 8\ \boxed{}\ 9\ \boxed{+}\ 1$$

Finalmente, 2×3 é maior que $2+3$ e 8×9 é maior que $8+9$, de modo que a expressão que fornece o maior valor é

$$2\ \boxed{\times}\ 3\ \boxed{+}\ 0\ \boxed{+}\ 8\ \boxed{\times}\ 9\ \boxed{+}\ 1$$

cujo valor é $2\times 3+0+8\times 9+1=79$.

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA A

Vamos reescrever $3-\dfrac{6}{4-\dfrac{8}{1+x}}=0$ como $3=\dfrac{6}{4-\dfrac{8}{1+x}}$; vemos então que devemos ter $4-\dfrac{8}{1+x}=2$.

Reescrevendo essa última expressão como $2=\dfrac{8}{1+x}$, segue que devemos ter $1+x=4$, ou seja, $x=3$.

Podemos também reescrever a igualdade $3-\dfrac{6}{4-\dfrac{8}{1+x}}=0$ como $3=\dfrac{6(1+x)}{4(1+x)-8}=\dfrac{6(1+x)}{4(x-1)}$.

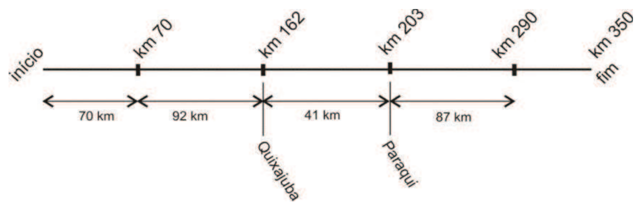
Simplificando essa expressão obtemos $2(x-1)=x+1$, que nos dá $x=3$.

QUESTÃO 3
ALTERNATIVA C

Ao acrescentar 6 bolas à caixa **B**, ela ficará com 20 bolas. O menor percentual possível de bolas pretas corresponde ao caso em que, entre as 6 bolas que vieram da caixa **A**, há o menor número possível de bolas pretas. Como há 4 bolas brancas na caixa **A**, a retirada de 6 bolas que tem o menor número de bolas pretas é 4 brancas e 2 pretas. Nesse caso a caixa **B** ficará com 12 bolas pretas e o percentual dessas bolas será $\dfrac{12}{20}\times 100=12\times 5=60\%$.

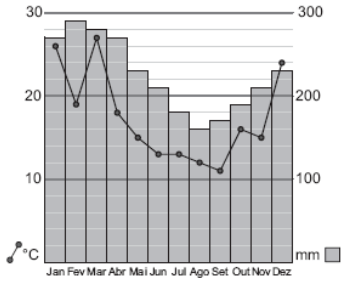
QUESTÃO 4
ALTERNATIVA B

Na figura a seguir, admitimos que a estrada de 350 km começa à esquerda e termina à direita; também não faz diferença supor que Quixajuba esteja à esquerda de Paraqui.



Vamos explicar como foi feita a figura. Notamos que Quixajuba não pode estar à esquerda do quilômetro 70, pois nesse caso ela estaria antes do início da estrada. Logo ela está à direita do quilômetro 70 e fica no quilômetro $70+92=162$ da estrada. Do mesmo modo vemos que Paraqui está à esquerda do quilômetro 270 e fica no quilômetro $290-87=203$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $203-162=41$ quilômetros.

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA E



Vamos analisar cada uma das alternativas a partir da observação do gráfico.

A) O mês mais chuvoso foi fevereiro e o mês mais quente foi março. Logo (A) é falsa.
B) O mês menos chuvoso foi agosto e o mês mais foi frio setembro. Logo (B) é falsa.
C) De outubro para novembro a precipitação aumentou e a temperatura caiu. Logo (C) é falsa.
D) Os dois meses mais quentes foram janeiro e março e as maiores precipitações ocorreram em fevereiro e março. Logo (D) é falsa.
E) Os dois meses mais frios e de menor precipitação foram agosto e setembro. Logo (E) é verdadeira.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA A

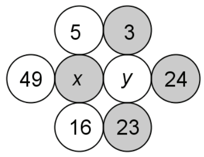
1ª solução: Como Jeca e Tatu comeram juntos 33 bananas, concluímos que Saci e Pacu comeram juntos $52-33=19$ bananas. Como Saci foi quem mais comeu e Pacu comeu pelo menos 1 banana, Saci comeu no máximo $19-1=18$ bananas. Portanto, Jeca comeu no máximo 17 bananas e, como Jeca comeu mais que Tatu, concluímos que Tatu comeu no máximo 16 bananas. Como $33=17+16$, não é possível que Jeca tenha comido menos que 17 ou Tatu menos que 16 bananas. Vemos assim que Jeca comeu 17 bananas e Tatu comeu 16 bananas; além disso, Saci comeu 18 bananas e sobrou apenas 1 banana para o Pacu.

2ª solução: Vamos denotar por s, j, t e p o número de bananas comidas por Saci, Jeca, Tatu e Pacu, respectivamente. Os dados do problema podem ser escritos como

1. $s+j+t+p=52$ (juntos eles comeram 52 bananas)
2. $s,j,t,p \geq 1$ (ninguém ficou sem comer)
3. $s > j,t,p$ (Saci comeu mais que todos os outros)
4. $j+t=33$ (Jeca e Tatu comeram, juntos, 33 bananas)
5. $j > t$ (Jeca comeu mais que Tatu)

De (1) e (4) segue que $s+p=52-(j+t)=52-33=19$. Como $p \geq 1$ temos $s \leq 18$ e de (3) segue que $j < 18$. Por outro lado, de (4) e (5) segue que $2j=j+j>j+t=33$; logo $j > \dfrac{33}{2}=16{,}5$ e segue que $j \geq 17$. Temos então $17 \leq j < 18$; logo $j=17$ e $t=16$, ou seja, Tatu comeu 16 bananas.

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA E

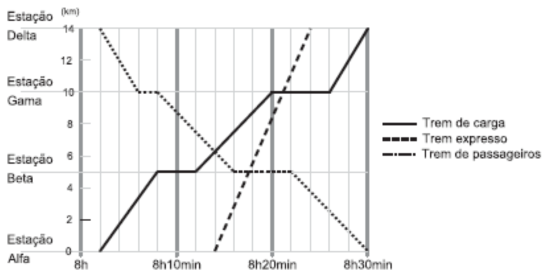


Temos $x=\dfrac{5+49+16+y}{4}=\dfrac{70+y}{4}$ e $y=\dfrac{3+24+23+x}{4}=\dfrac{50+x}{4}$. Dessas equações tiramos $4x-y=70$ e $4y-x=50$. Subtraindo essas duas últimas equações obtemos $5x-5y=20$, donde $x-y=4$.

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA C

Seja h o horário do encontro. Se João sai às 8 horas, ele pedala durante $h-8$ horas e se sai às 9 horas ele pedala $h-9$ horas. Como a distância percorrida é a mesma nos dois casos e $distância = velocidade \times tempo$, temos $10(h-8)=15(h-9)$, donde tiramos $h=11$.

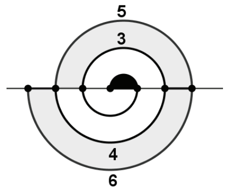
QUESTÃO 9
ALTERNATIVA D



Vamos analisar cada uma das alternativas a partir da observação do gráfico.

A) Para fazer o percurso entre a Estação Beta e a estação Alfa o trem de passageiros leva 8 minutos, portanto (A) é falsa.
B) O trem expresso não para entre as estações Alfa e Delta, logo (B) é falsa.
C) O trem de carga faz o percurso entre as estações Alfa e Beta em 6 minutos, enquanto que o trem expresso o faz em 4 minutos; logo (C) é falsa.
D) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado na estação Gama, e portanto (D) é a verdadeira.
E) O trem de passageiros permanece parado na estação Beta por 6 minutos, logo (E) é falsa.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA E



Na figura escrevemos, ao longo das semicircunferências, quantas vezes seu diâmetro é maior que o diâmetro da semicircunferência de área 1. Como a proporção entre as áreas de duas figuras planas semelhantes é igual ao quadrado da razão de proporcionalidade, segue que as áreas das semicircunferências rotuladas com 3, 5, 4 e 6 são, respectivamente, 9, 25, 16 e 36. Logo a região cinza tem área $(25-9)+(36-16)=16+20=36$.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA D

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

		é	**diz que**	**logo**
1	**Adriano**	um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	**Bruno**	uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	**Carlos**	uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

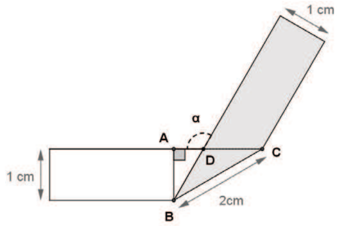
		é	**diz que**	**logo**
1	**Adriano**	uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	**Bruno**	um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	**Carlos**	um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	**Daniel**	um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

QUESTÃO 12
ALTERNATIVA E

Seja n o menor número de meias que a Joana pode retirar da gaveta com a certeza de que entre as meias retiradas haja um par sem defeito. Então $n-1$ é o maior número de meias que podem ser retiradas de tal forma que, entre elas, qualquer par seja defeituoso. O pior dos casos ocorre quando se retiram os dois pares defeituosos (o par de meias furadas e o par com uma das meias furada) e uma meia de cada um dos outros oito pares, num total de 12 meias. Portanto $n-1=12$ e então $n=13$.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA C



Consideremos o triângulo ABC na figura ao lado. Ele é retângulo com $AB = 1$ cm e $BC = 2$ cm, ou seja, um cateto é metade da hipotenusa. Segue que $D\hat{C}B = A\hat{C}B = 30^o$ e, analogamente, $C\hat{B}D = 30^o$. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180^o, segue que $B\hat{D}C = 180 - 30 - 30 = 120^o$. Como $B\hat{D}C$ e α são opostos pelo vértice, concluímos que $\alpha = 120^o$.

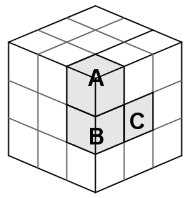
QUESTÃO 14
ALTERNATIVA B

A tabela mostra a paridade dos possíveis resultados da soma dos números dos cartões; a primeira linha indica os números dos cartões brancos e a primeira coluna os números dos cartões pretos.

	1	**2**	**3**
1	par	ímpar	Par
2	ímpar	par	Ímpar
3	par	ímpar	Par

Temos então 5 possibilidades de soma par entre 9 possíveis, ou seja, a probabilidade de a soma ser par é $\frac{5}{9}$.

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA B



Vamos observar o cubo maior, conforme a figura ao lado. Nele aparecem

- 8 cubos do tipo **A**, que exibem três faces com um vértice comum;
- 12 cubos do tipo **B**, que exibem duas faces com uma aresta comum;
- 6 cubos do tipo **C**, que exibem apenas uma face.

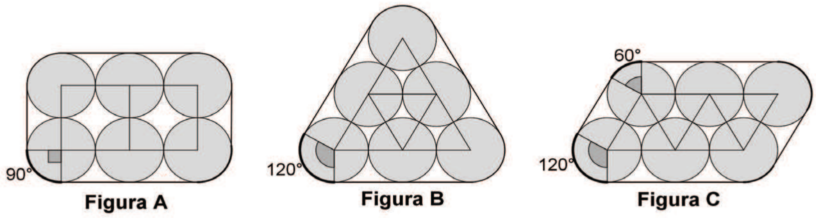
Figura 1

Nosso interesse é colocar os maiores números possíveis nas faces do cubo maior. Para isso, basta colocar os dados do tipo **A** mostrando 4, 5 e 6, os dados do tipo **B** mostrando 5 e 6 e os dados do tipo **C** mostrando o 6. É possível fazer isso pois a figura 1 nos mostra que 4, 5 e 6 têm um vértice em comum. Nesse caso a soma dos números que aparecem é máxima e seu valor é

$$\underbrace{8 \times (4+5+6)}_{\text{8 dados A}} + \underbrace{12 \times (5+6)}_{\text{12 dados B}} + \underbrace{6 \times 6}_{\text{6 dados C}} = 288$$

QUESTÃO 16
ALTERNATIVA A

Nas figuras A, B e C traçamos segmentos que unem os centros dos círculos, como na figura a seguir. Marcamos também o valor de alguns ângulos centrais.



Para simplificar a exposição, vamos chamar o raio comum das circunferências de r e o comprimento comum das circunferências de l. O perímetro da figura A é igual ao perímetro do retângulo interno mais quatro vezes o comprimento do arco do círculo correspondente a 90º, ou seja, $a = 12r + 4\times\frac{1}{4}l = 12r + l$. O perímetro da figura B é igual ao perímetro do triângulo equilátero interior mais três vezes o comprimento do arco do círculo correspondente a 120º, ou seja, $b = 12r + 3\times\frac{1}{3}l = 12r + l$. Finalmente, o perímetro da figura C é igual ao perímetro do paralelogramo interno mais duas vezes o comprimento do arco do círculo correspondente a 120º e duas vezes o comprimento do arco do círculo correspondente a 60º, ou seja, $c = 12r + 2\times\frac{1}{3}l + 2\times\frac{1}{6}l = 12r + l$. Logo $a = b = c$.

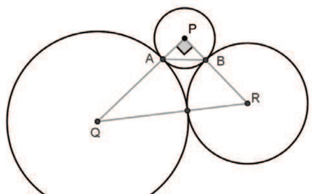
QUESTÃO 17
ALTERNATIVA C

Temos dois casos a analisar: (a) Ana recebe dois presentes ou (b) Ana recebe apenas a boneca. No caso (a), Ana recebe a boneca e Tio João deve distribuir os quatro presentes restantes de modo que cada criança, inclusive Ana, receba exatamente um desses presentes. Para isso, ele pode numerar os presentes (que são distintos) e escolher qual das crianças vai ganhar o primeiro presente (4 escolhas), depois qual vai ganhar o segundo (3 escolhas), depois qual vai ganhar o terceiro (2 escolhas) e finalmente qual vai ganhar o último (1 escolha). Isso pode ser feito de $4\times3\times2\times1 = 24$ maneiras diferentes.

No caso (b), Tio João deve distribuir os presentes entre as outras três crianças, de modo que cada uma receba pelo menos um presente. Desse modo, uma das crianças vai receber dois presentes e as outras duas apenas um. O Tio João deve escolher quem vai receber dois presentes (3 escolhas). Depois disso ele dá um presente para cada uma das crianças que vão receber apenas um presente ($4\times3 = 12$ escolhas) e entrega os presentes restantes à criança que vai ganhar dois presentes (1 escolha). Isso pode ser feito de $3\times12\times1 = 36$ maneiras diferentes.

No total, Tio João pode distribuir os presentes de $24 + 36 = 60$ maneiras diferentes.

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA B



Lembramos primeiro que se duas circunferências são tangentes então a reta que passa por seus centros passa também pelo ponto de tangência. No nosso caso, chamando de P, Q e R os centros das circunferências (como na figura), isso mostra que $PR = 3$, $PQ = 4$ e $QR = 5$. Como $3^2 + 4^2 = 5^2$, segue que o triângulo PQR é retângulo em P. E como temos $PA = PB = 1$, vemos que AB é a diagonal de um quadrado de lado 1, ou seja, $AB = \sqrt{2}$.

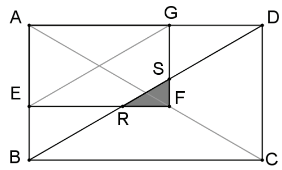
QUESTÃO 19
ALTERNATIVA D

Sejam m e n as medidas dos lados do retângulo e l o lado do quadrado (em centímetros); supomos que $l = m - 5$. Da igualdade das áreas segue a expressão $(m-5)^2 = mn$, donde tiramos

$$n = \frac{(m-5)^2}{m} = \frac{m^2 - 10m + 25}{m} = m - 10 + \frac{25}{m}.$$

Como m e n são números inteiros, é necessário que $\frac{25}{m}$ também seja inteiro; isso só acontece quando m é um divisor de 25, ou seja, quando m é igual a 1, 5 ou 25. Os casos $m = 1$ e $m = 5$ não podem acontecer pois $l = m - 5$ é positivo. Logo $m = 25$, donde $l = 20$ e a área do quadrado é $l^2 = 20^2 = 400$. Como essa é também a área do retângulo temos $mn = 25n = 400$ e segue que $n = 16$. Logo o perímetro do retângulo é $2m + 2n = 2 \times 25 + 2 \times 16 = 82$ cm.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA A



Como a área do triângulo RFS é igual a $\frac{1}{18}$ da área do retângulo $AEFG$, ela é igual a $\frac{1}{9}$ da área do triângulo EFG. Como esses triângulos são semelhantes e a razão entre suas áreas é o quadrado de sua razão de semelhança, segue que essa última razão é $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$. Logo $FR = \frac{1}{3}EF$ e então $ER = EF - \frac{1}{3}EF = \frac{2}{3}EF$. Como os triângulos FRS e EBR são semelhantes, isso nos mostra que sua razão de semelhança é

$$\frac{FR}{RE} = \frac{\frac{1}{3}EF}{\frac{2}{3}EF} = \frac{1}{2}.$$

Temos então $AE = GF = 3FS$ e $EB = 2FS$, donde $AB = AE + EB = 3FS + 2FS = 5FS$ e $\frac{AE}{AB} = \frac{3FS}{5FS} = \frac{3}{5}$. Pelo teorema de Tales temos $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$ e obtemos $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{5}$.

1. (alternativa D)
As figuras mostram que o tanque de gasolina do carro continha 3/4 de sua capacidade no momento de partida e 1/4 no momento de chegada. Deste modo, João gastou 3/4 – 1/4 = 1/2 do tanque na viagem. Como o tanque tem capacidade para 50 litros, isto quer dizer que João gastou 50 x 1/2 = 25 litros de gasolina na viagem. Note que esta última conta pode ser pensada como "João gastou meio tanque de gasolina e a metade de 50 é 25".

2. (alternativa C)
A folha dupla consiste de dois retângulos de 12 cm por 10 cm, que têm a dobra como um lado comum de 10 cm. Ao cortar a folha dupla, obtemos três retângulos, dois deles de medida 6 cm por 10 cm e um maior formado de 12 cm por 10 cm. A área de cada um dos retângulos de medida 6 cm por 10 cm é 6 x 10 = 60 cm^2 e a do retângulo de 12 cm por 10 cm é 12 x 10 = 120 cm^2. Logo a área do maior pedaço é 120 cm^2.

3. (alternativa D)
Como uma hora tem 60 minutos, em um minuto os amigos percorrem $6 \div 60 = 0{,}1$ km, que é o mesmo que 100 m. Se *A* e *B* indicam a posição dos dois amigos um minuto após a partida, então no triângulo *PAB* temos *PA* = *PB* = 100 m. Isto quer dizer que o triângulo *PAB* é isósceles, logo os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são iguais. Como a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é 180° e $\hat{P} = 60°$, segue que $\hat{A} + \hat{B} = 180° - 60° = 120°$. Como estes dois ângulos são iguais, cada um deles mede $120° \div 2 = 60°$. Logo o triângulo *PAB* tem todos seus ângulos iguais a 60°, ou seja, ele é equilátero. Assim temos *AB* = *PA* = *PB* = 100 m.

4. (alternativa C)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras 1, 2 e 3.

5. (alternativa E)
No quadro temos a equação $2x^2 - bx + 60 = 0$, onde *b* denota o número apagado. Como *x* = 6 é uma das raízes desta equação, segue que $2 \times 6^2 - 6b + 60 = 0$, donde 132 – 6b = 0, ou seja, b = 132/6 = 22.

6. (alternativa D)
Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3,..., 3 x *n* onde 3 x *n* é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever 2005 = 3 x 668 + 1 e segue que n = 668 .

7. (alternativa C)
Como a quantidade de cálcio consumida é diretamente proporcional à quantidade de leite ingerida, podemos montar a seguinte regra de três:

800 mg —— 100%
296 mg —— x %

e segue que $\dfrac{800}{296} = \dfrac{100}{x}$, donde $x = \dfrac{296 \times 100}{800} = 37$

8. (alternativa B)
Para calcular os possíveis comprimentos dos caminhos que a formiga pode percorrer, é necessário saber o comprimento da diagonal dos retângulos da malha. Para isto usa-se o Teorema de Pitágoras, que diz que em um triângulo retângulo de hipotenusa *a* e catetos *b* e *c* temos $a^2 = b^2 + c^2$. Se *d* é a diagonal que queremos calcular então $d^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, donde *d* = 5.
Note agora que existem apenas quatro opções de caminhos que a formiga pode escolher para ir de *A* a *B*: ***(i)** Caminhos que não passam pelas diagonais:* Qualquer caminho deste tipo passa por pelo menos três lados de comprimento 4cm e dois lados de comprimento 3 cm. Neste caso, o menor caminho tem comprimento 3 x 4 + 2 x 3 = 12 + 6 = 18 cm. ***(ii)** Caminhos que passam por apenas uma diagonal:* Todo caminho deste tipo passará no mínimo por um lado de comprimento 3 cm e dois de comprimento 4 cm. Portanto, neste caso, o menor caminho será de 5 + 3 + 2 x 4 = 16 cm. ***(iii)** Caminhos que passam por exatamente duas diagonais:* Note que existe um caminho que passa apenas por duas diagonais e por um lado de comprimento 4; o comprimento deste caminho é 5 x 2 + 4 = 14 cm. Por outro lado, qualquer caminho que passe por duas diagonais terá que passar por um lado de comprimento 4 cm, logo seu comprimento será no mínimo igual a 14 cm. Logo, neste caso, o menor caminho tem comprimento 14 cm. ***(iv)** Caminhos que passam por mais de duas diagonais :* Qualquer caminho deste tipo terá comprimento no mínimo 15 cm. Portanto a resposta é 14 cm.

9. (alternativa A)
Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma *777X*, *77X7, 7X77* ou *X777*, onde *X* representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 8 x 4 = 32.

10. (alternativa A)
De acordo com o enunciado, a expressão que fornece a temperatura *Celsius* (C) em função da temperatura *Fahrenheit* (F) é $C = 5/9\,(F - 32)$ (*). Essa expressão é da forma $C = aF + b$, onde $a = 5/9$ e $b = -160/9$. Logo, seu gráfico é uma reta, excluindo assim as opções (D) e (E). Esta reta corta o eixo $°F$ no ponto de ordenada $C = 0$, o que acontece quando $F = 32$, de acordo com a expressão (*). Isto elimina a opção (C). Além disso, como $a = 5/9 > 0$, a inclinação da reta é positiva, o que elimina a opção (B).

11. (alternativa B)
Temos 12 kg de farinha = 12×1 kg de farinha, 54 ovos = 9×6 ovos e 3,6 kg de manteiga = 3600 g de manteiga = 18×200 gramas de manteiga. Portanto, a quantidade de farinha foi multiplicada por 12, a de manteiga por 18 e a de ovos **apenas** por 9. Logo, o padeiro poderá fazer no máximo 24 x 9 = 216 pães.

12. (alternativa A)
O padrão usado para cobrir a parede é formado por mosaicos constituídos de nove azulejos, como na figura.

Em cada mosaico, a área preta corresponde à metade de quatro quadrados, ou seja, a dois quadrados. Deste modo, a área preta é 2/9 da área do mosaico e a área branca é 1 – 2/9 = 7/9 da área do mosaico. A parede tem 9 m = 900 cm de comprimento e 3 m = 300 cm de altura. Como $900 \div 30 = 30$ e $300 \div 30 = 10$, a parede pode ser coberta por 30 x 10 = 300 mosaicos, cada um com área 30 x 30 = 900 cm^2. Deste modo, a área da parede coberta com a cor branca é 7/9 x 900 x 300 = 210000 cm^2 = 21 x 10000 cm^2 = 21 m^2.

13. (alternativa A)
Denotemos por c o comprimento e por l a largura do terreno. Então o perímetro do terreno é $2 \times (c + l)$ e sua área é $c \times l$. Já sabemos a área do terreno, que é 60 m^2, donde $c \times l = 60$. O enunciado nos diz que foram usados 64 m de arame para uma cerca de dois fios, e assim o perímetro do terreno é $64 \div 2 = 32$ m. Logo $2 \times (c + l) = 32$ e concluímos que $c + l = 16$. Segue que c e l são dois números cuja soma é 16 e o produto é 60. É facil ver que esses números são 6 e 10. Assim, a diferença pedida é $10 - 6 = 4$ m.

Mais geralmente, sabemos que o problema de determinar dois números reais dos quais se conhece a soma s e o produto p equivale a achar as soluções da equação $x^2 - sx + p = 0$. As raízes reais desta equação (caso existam) serão os números procurados. No nosso caso, temos que c e l são raízes de $x^2 - 16x + 60 = 0$. Usando a fórmula habitual $x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2}$ obtemos as raízes 6 e 10.

14. (alternativa C)
Lembre que o comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$. Logo, o comprimento de cada trecho circular é 10π metros, e como são dois trechos circulares, a parte circular da pista tem comprimento igual a $2 \times 10\pi = 20\pi$ metros. A soma dos comprimentos dos dois trechos retos é $2c$. Para satisfazer as condições da questão, devemos ter $2c$ o mais próximo possível de 20π, o que é o mesmo que dizer que devemos ter c o mais próximo possível de 10π. Como $3,14 < \pi < 3,15$ segue $31,4 < 10\pi < 31,5$. Dentre as alternativas, a melhor aproximação para 10π é então $c = 30$.

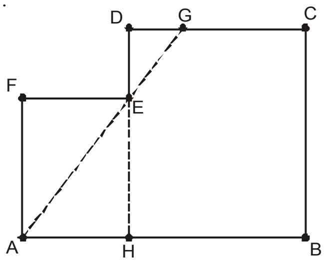
15. (alternativa D)
Para que Manoel vá ao rio o menor número de vezes possível, ele deve sempre encher totalmente a lata. Conforme mostra a figura, a lata tem a forma de um paralelepípedo reto de base quadrada. Logo o volume da lata é (área da base) × (altura) $= 30 \times 30 \times 40 = 36000$ cm^3, ou seja, 0,036 m^3. A caixa d'água tem 2 m^3, logo nela cabem $\frac{2}{0{,}036} = \frac{2 \times 10^3}{36} = 55{,}555\ldots$ latas d'água. Como a cada lata cheia corresponde uma ida ao rio, concluímos que Manoel precisará ir no mínimo 56 vezes ao rio para encher a sua caixa d'água.

16. (alternativa **D**)
Se v é a velocidade desenvolvida por Ana, então a velocidade desenvolvida por Beatriz é $v + 10$. No momento em que as duas se cruzam, a distância percorrida por Ana é $150 - 30 = 120$ km e a percorrida por Beatriz é $150 + 30 = 180$ km.

Como $tempo = \frac{distância}{velocidade}$ e o tempo gasto pelas duas até o momento do encontro é o mesmo, temos $\frac{120}{v} = \frac{180}{v + 10}$.
Logo $120(v + 10) = 180v$, donde $v = 20$ km/h.

17. (alternativa **B**)
Considere o triângulo retângulo cuja hipotenusa é a escada que mede 25 m, um dos catetos é o segmento ligando o pé da escada à base do edifício, que mede 7 m, e o outro cateto é o segmento da parede do edifício que une o topo da escada ao solo. O comprimento x deste último cateto pode ser calculado imediatamente a partir do Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 7^2 + x^2$ e obtemos $x = 24$ m. Quando o topo da escada escorrega 4 m para baixo, obtemos um novo triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 25 m e um dos catetos mede $24 - 4 = 20$ m. O outro cateto y deste triângulo é determinado, outra vez, pelo Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 20^2 + y^2$ e segue que $y = 15$ m. Logo, o deslocamento do pé da escada será de $15 - 7 = 8$ m.

18. (alternativa D)

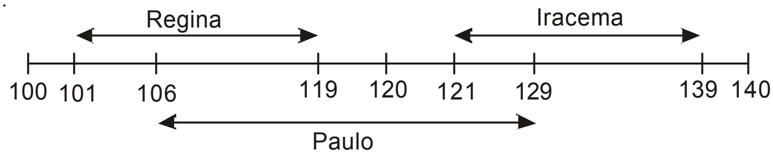


O perímetro p é dado por $p = AB + BC + CG + AG$. Como já conhecemos AB e BC, o problema é calcular CG e AG. Para isto, precisamos determinar a medida de outros segmentos na figura, e começamos calculando a medida de CD, DE e AE. Prolongando DE até o ponto H, obtemos os retângulos $AHEF$ e $BCDH$.
Como num retângulo os lados opostos são iguais, temos $EH = AF = 4$, $AH = EF = 3$ e $DH = BC = 6$. Logo $CD = BH = AB - AH = 8 - 3 = 5$ e $DE = DH - EH = BC - AF = 6 - 4 = 2$. Para determinar AE, note que o triângulo AEF é retângulo de catetos $AF = 4$, $EF = 3$ e hipotenusa AE; do Teorema de Pitágoras segue que $AE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Vamos agora calcular EG e DG. Note que os triângulos AEF e DEG são ambos retângulos e os seus ângulos em $\hat{A}$ e $\hat{E}$ são iguais, pois os lados AF e DE são paralelos. Logo estes triângulos são semelhantes. Temos então $\frac{AE}{EG} = \frac{AF}{DE} = \frac{EF}{DG}$, ou seja, $\frac{5}{EG} = \frac{4}{2} = \frac{3}{DG}$. Assim $EG = 2,5$ e $DG = 1,5$, donde $CG = CD - DG = 5 - 1,5 = 3,5$. Agora podemos calcular o perímetro pedido: $p = AB + BC + CG + GA = AB + BC + CG + GE + EA = 8 + 6 + 3,5 + 2,5 + 5 = 25$ cm.

19. (alternativa B)
Como há 7 possíveis adversários para o Brasil, todos com a mesma chance de serem escolhidos, a probabilidade do adversário do Brasil na primeira rodada ser a Argentina é 1/7.

20. (alternativa E)
Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.

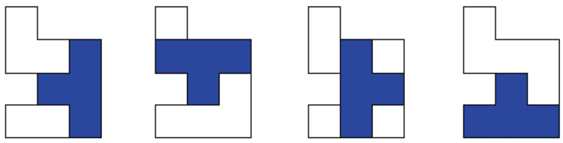
(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 101, 102, 103, 104 e 105; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa. (ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120. Aqui, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa. (iii) Se Iracema está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 e 139; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é 5 + 1 + 10 = 16.



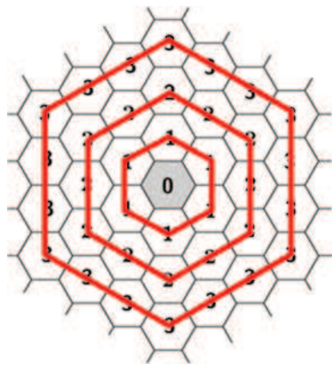
QUESTÃO 1
ALTERNATIVA B
A diferença entre o que há na primeira balança e o que há a balança do meio é exatamente o que há na última balança; logo, na última balança deve aparecer a marcação 64 – 41 = 23 kg.

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA D
Observe que somando os valores de todas as moedas obtemos: 1,00 + 0,50 + 0,25 + 0,10 + 0,05 + 0,01 = 1,91. Como 13,37 ÷ 1,91 = 7, ele terá 7 x 6 = 42 moedas, pois há 6 tipos diferentes de moedas.

QUESTÃO 3
ALTERNATIVA A
Vamos simular a montagem da Figura 1, colocando a peça da Figura 2 sobre ela. Observe que, dentre as quatro posições possíveis para colocar a peça da Figura 2 sobre a Figura 1, mostradas na figura ao lado, apenas a última está de acordo com o enunciado. De fato, usando qualquer uma das outras três posições, a parte descoberta da Figura 1 ficará separada em duas ou mais regiões, sendo necessário, pelo menos, mais duas peças para cobri-la. Nesse caso, vemos que a peça complementar utilizada para formar a Figura 1 é a peça da alternativa A.



QUESTÃO 4
ALTERNATIVA B
Observemos os segmentos que unem os centros dos hexágonos de cada etapa, mostrados na figura ao lado. Percebemos que cada um desses segmentos, na etapa 1, une dois centros, na etapa 2, três centros, na etapa 3, quatro centros e assim sucessivamente, aumentando 1 centro por segmento, por etapa.
Como em cada etapa os segmentos que unem os centros formam um hexágono, temos o acréscimo de 6 pequenos hexágonos por etapa. Logo, 6 hexágonos recebem o número 1, 6+6=12 recebem o número 2, (6+6+6)=3x6=18 recebem o número 3 e, continuando o processo, concluímos que 6 x 6 = 36 hexágonos recebem o número 6.



QUESTÃO 5
ALTERNATIVA C
Como são 20 pessoas e cada pessoa comeu 5 pedaços de pizza, foram comidos 20 x 5 = 100 pedaços no total. Como cada pizza contém 12 pedaços e 100 ÷ 12 tem quociente 8 e resto 4, concluímos que serão necessárias 9 pizzas. Devido à promoção, uma dessas 9 pizzas será gratuita. Assim, eles devem pagar por 8 pizzas e, portanto, gastar 8 x 30,00 = 240,00 reais.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA E
Observando a conta, vemos que a letra B só pode representar o algarismo 0, pois é igual a A-A. Por outro lado, como o algarismo das centenas do resultado não aparece (é zero), concluímos que A representa o algarismo 1, pois quando tiramos de um número menor do que 100 de um número maior do que 200, a diferença é maior do que 100, que não é o caso. Substituindo os valores já encontrados, obtemos:

$$\begin{array}{r} A\ B\ A \\ -\quad C\ A \\ \hline A\ B \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1 \\ -\quad C\,1 \\ \hline 1\,0 \end{array}$$

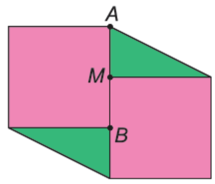
Disto concluímos que C representa o algarismo 9.

Outra solução: A conta apresentada pode ser convertida em uma adição, como na figura. O ~~algarismo que~~ corresponde à letra B deve ser 0, pois B + A = A. Analisando a casa das dezenas, vemos que A + C = 10, o que nos leva a concluir que o dígito das centenas do resultado é 1, ou seja, que A = 1. Logo, 1 + C = 10 e, portanto, C = 9.

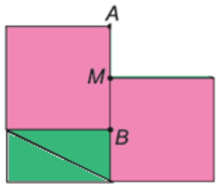
$$\begin{array}{r} A\ B \\ +\quad C\ A \\ \hline A\ B\ A \end{array}$$

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA A

Como os quadrados estão dispostos de forma que os pontos *A*, *M* e *B* estão alinhados, e como *M* é o ponto médio de *AB*, segue que os dois triângulos da figura são triângulos retângulos, com catetos medindo 6 e 3 centímetros. Assim, a área de cada quadrado é $6 \times 6 = 36\ \text{cm}^2$ e a área de cada triângulo é $\frac{6\times3}{2} = 9$ cm^2. A área total da figura é $36 + 36 + 9 + 9 = 90$ cm^2.

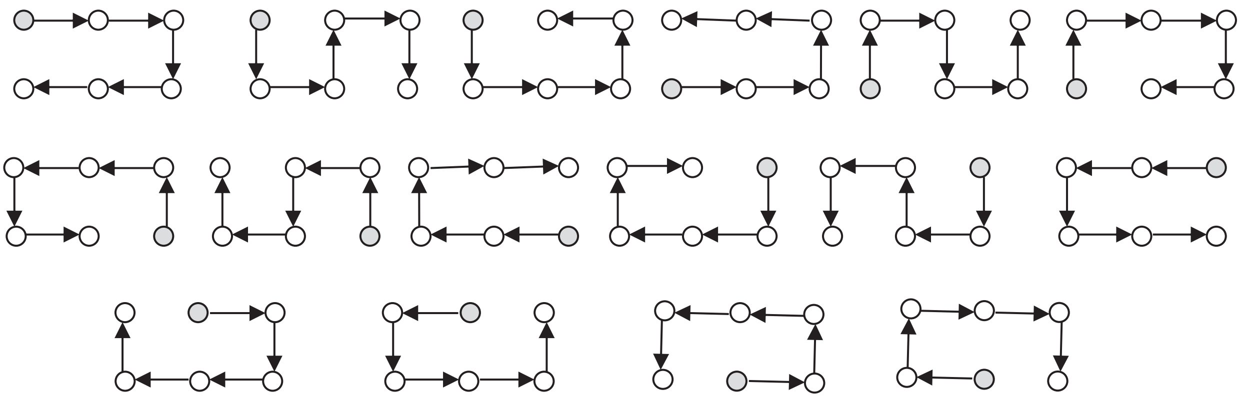


Pode-se também deslocar um dos triângulos para se obter um outro método de resolução.



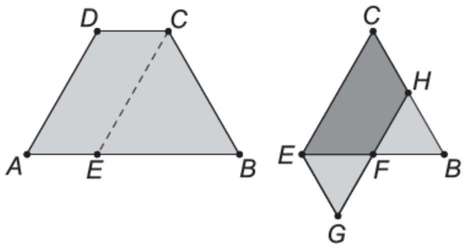
QUESTÃO 8
ALTERNATIVA D

Há exatamente 4 x 3 + 2 x 2 = 16 possibilidades, três para cada um dos pontos dos cantos A, C, F e D e dois para cada um dos pontos intermediários B e E.



QUESTÃO 9
ALTERNATIVA E

Primeiro observamos que *AD* = *EC*, por serem lados opostos do paralelogramo *AECD*. Após a dobradura o segmento *AD* ocupou a posição representada pelo segmento *GH*, logo os segmentos EC e HG são paralelos e tais que *EC* = *AD* = *GH* = *GF* + *FH* = 4 + 4 = 8 cm. Também valem as igualdades *DC* = *AE* = *EG* = 4 cm. Além disso, usando que os triângulos *EFG* e *BFH* são equiláteros, temos as seguintes relações:



- $\angle CEB = \angle HFB = 60°$ (correspondentes)
- $\angle EBC = \angle FBH = 60°$
- $\angle ECB = 180° - \angle CEB - \angle EBC = 60°$

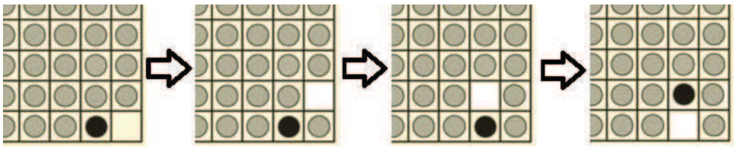
Assim, o triângulo *EBC* é equilátero de lado *EB* = *EF* + *FB* = 8 cm. O perímetro do trapézio é *ABCD* é, portanto, *AE* + *EB* + *BC* + *DC* + *AD* = 4 + 8 + 8 + 4 + 8 = 32 cm.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA C

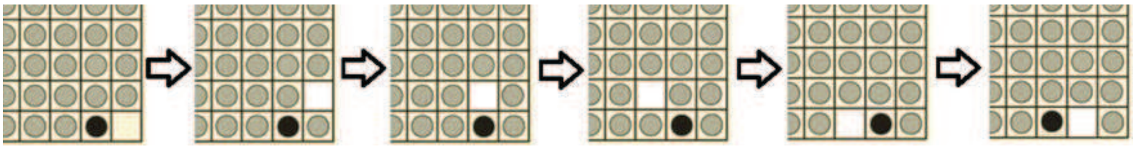
Cada um dos n súditos presentes acenou n vezes (para o rei e para os demais n – 1 súditos). Logo, houve um total de n^2 acenos. Portanto, deve-se ter $n^2 = 1296$, ou seja, n = 36. Havia, assim, 36 súditos no palácio.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA E

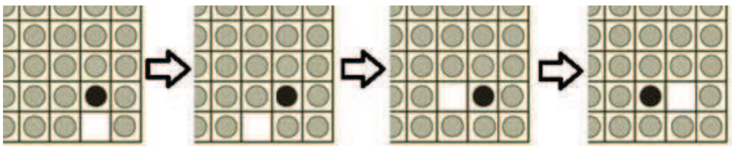
Joãozinho precisa levar a peça preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, indicado pelas setas. Para fazer isso, a peça preta precisa andar para cima e para a esquerda, sem nunca voltar com ela para a direita ou para baixo. Inicialmente, Joãozinho deve andar com a pedra preta para cima, fazendo três movimentos, indicados na figura abaixo:



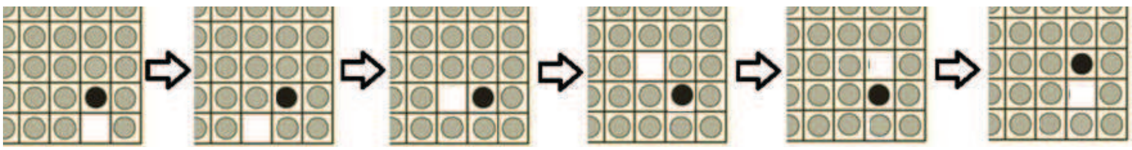
Ele deve andar com a pedra preta para cima, pois a outra possibilidade (andar com a pedra preta para a esquerda) requereria cinco movimentos, veja:



Como ele quer realizar o menor número possível de movimentos, ele opta em movimentar a pedra preta para cima, realizando três movimentos.
Após fazer isto, ele deve andar com a pedra preta para a esquerda, fazendo novos três movimentos.



Se ele optasse por andar com a pedra preta para cima faria cinco movimentos, veja:



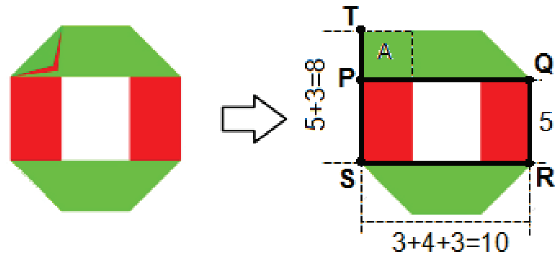
Deste modo, sempre optando em realizar o menor número de movimentos, ele escolhe mover a pedra preta para a esquerda, com outros três movimentos.
Assim, para levar a pedra preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, com o menor número de movimentos possível, Joãozinho deve andar com a pedra preta sete casas para cima e seis casas para a direita, alternando esses movimentos e começando para cima, gastando sempre três movimentos cada vez que a pedra preta andar uma casa. Logo, o número mínimo de movimentos necessários é $3 \times 7 + 3 \times 6 = 21 + 18 = 39$.

QUESTÃO 12
ALTERNATIVA B

Como a média aritmética de *n* números é igual à soma desses números dividida por *n*, Luciano dividiu a soma que achou na calculadora por 15 e obteve 7. Disto concluímos que a soma que ela achou foi 15 x 7 = 105. Porém, a soma de todos os números naturais de 1 a 15 é igual a 15 x 16 ÷ 2 = 120. Logo, os números que ele pulou somam 120 – 105 = 15. Se o menor deles é *x*, o outro é *x* + 1, temos *x* + (*x*+1) = 15, logo *x* = 7. Assim *x* + 1 = 8 e o produto dos dois números que Luciano esqueceu de somar é 7 x 8 = 56.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA D

A figura ao lado mostra como fica a tira se desfizermos a última dobra realizada por Júlia. Observemos que a fita está com uma sobreposição na região quadrada indicada pela letra A. Para medir o comprimento da tira, vamos medir os segmentos indicados na figura, pelas letras P, Q, R, S e T, que compõem a borda da tira, destacada pela linha preta mais grossa. Para isso, indicaremos o comprimento de um segmento, em centímetros, escrevendo seus pontos extremos. Por exemplo, escreveremos PQ para representar o comprimento do segmento que une os pontos P e Q. Temos:



PQ = 3+4+3 = 10 QR = 5 RS = 3+4+3 = 10 ST = 5+3 = 8

Portanto, o comprimento da tira é igual a 10 + 5 + 10 + 8 = 33 cm.

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA A

Segue da Figura 2 que o lado maior do triângulo isósceles mede 234 ÷ 3 = 78 cm. O perímetro da Figura 3 é igual a duas vezes o perímetro da Figura 1, menos duas vezes o comprimento do segmento vertical tracejado do meio da Figura 3 (pois a Figura 3 é obtida juntando-se duas cópias da Figura 1, sem sobreposição). Este segmento tracejado mede o mesmo que o lado maior do triângulo isósceles, como mostra a Figura 1. Logo, o contorno da Figura 3 mede 2 x 200 – 2 x 78 = 244 cm.

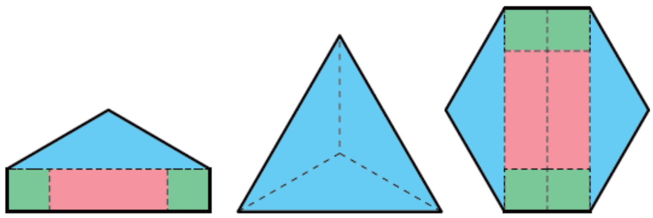


Figura 1 Figura 2 Figura 3

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA E

Como x^2-*xy* = 23, então *x(x-y)* = 23, mas 23 é um número primo e assim temos somente duas possibilidades:

- *x* =1 e *x-y* = 23. Isto implica *y* = - 22, o que não nos interessa pois *x* e *y* são números naturais
  ou
- *x* = 23 e *x-y* = 1. Isto nos leva a *y* = 22.
  Logo *x* + *y* = 22 + 23 = 45.

QUESTÃO 16
ALTERNATIVA A

Conforme o enunciado, se a for o lado maior e c o lado menor dos triângulos, temos que $a > b > c > 0$, $2a + 2b = 30$ e que $2b + 2c = 26$. Logo, $a + b = 15$ e $b + c = 13$. Assim, $a + 13 - c = 15$ e, portanto, $a = c + 2$. Como $a > b > c > 0$ são números naturais, segue que $b = c + 1$ e que $a = c + 2 = b + 1$. Substituindo a por $b + 1$ na equação $a + b = 15$, obtemos que $b + 1 + b = 15$, logo, $b = 7$. Consequentemente, $a = 7 + 1 = 8$ e $c = 7 - 1 = 6$. Finalmente, o perímetro do triângulo é $a + b + c = 8 + 7 + 6 = 21$ cm.

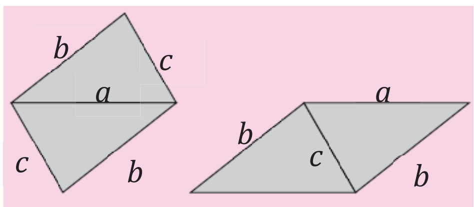
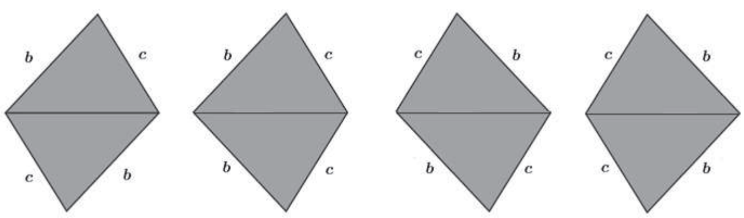


Figura 1 Figura 2

Observamos que, ao unir os cartões por um de seus lados iguais, Ana deve escolher a posição de cada cartão dentre duas posições possíveis. Logo, após escolher o lado comum dos cartões, Ana tem quatro possibilidades para uni-los, mas em todas as quatro escolhas o quadrilátero formado terá o mesmo perímetro. A figura abaixo, mostra as quatro possibilidades para o caso em que Ana escolheu o lado maior para unir os cartões. Nesse caso, o perímetro do quadrilátero é igual a $2b + 2c = 2(b + c)$.



QUESTÃO 17
ALTERNATIVA A
Durante 15 dias o quarto dos pais foi utilizado para dormir pelos filhos 30 vezes, pois, em cada dia, dois filhos dormiram com os pais. Dessas 30 vezes, seis delas foram feitas para cada um dos filhos, conforme consta no enunciado. Logo o número de filhos é 30 ÷ 6 = 5.
Uma outra maneira de ver isto é observar que na tabela abaixo há 30 espaços em branco e como cada filho deve ocupar seis desses espaços, devemos ter 30 ÷ 6 = 5 filhos.

Noites	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Par de filhos que dormirá essa noite com os pais															

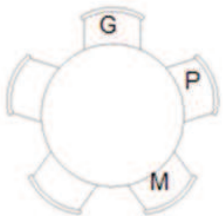
Mostramos a seguir uma possível distribuição (obviamente não é a única) dos filhos que dormiriam por noite com o casal, onde simbolizamos os cinco filhos com as letras A, B, C, D, E.

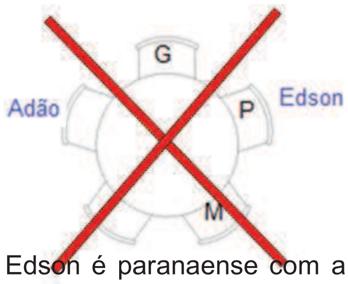
Noites	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Par de filhos que dormirá essa noite com os pais	A	A	A	A	A	A	C	C	C	C	C	C	D	D	D
	B	B	B	B	B	B	D	D	D	E	E	E	E	E	E

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA D
Chamando cada participante pela primeira letra de seu nome, as possibilidades de escolha dos 2 premiados são: AB , AC , AD , AE , BC , BD , BE , CD , CE , DE, ou seja, há 10 possibilidades. As possibilidades de escolha das duas premiações são: Ouro Ouro, Ouro Prata, Ouro Bronze, Prata Ouro, Prata Prata, Prata Bronze, Bronze Ouro, Bronze Prata e Bronze Bronze, ou seja, há 9 possibilidades. Pelo Princípio Multiplicativo, as diferentes formas de premiação são 10 x 9 = 90.
Outra solução Existem dois casos a considerar: ou os dois meninos premiados ganharam medalhas iguais, ou ganharam medalhas diferentes.
Se as medalhas são iguais, há 3 possibilidades para as medalhas, a saber, ou as duas são de ouro, ou as duas são de prata, ou as duas são de bronze. Além disso, dos 5 meninos, apenas 2 receberam medalhas, o que pode ocorrer de $\frac{5\times 4}{2}$ maneiras diferentes (são 5 escolhas para o primeiro e são 4 escolhas para o segundo menino, mas precisamos dividir por 2, para eliminar as repetições, uma vez que para determinar a dupla de premiados, não importa a ordem de escolha dos meninos). Logo, pelo Princípio Multiplicativo, há $3\times\frac{5\times 4}{2}=3\times 10=30$ possibilidades para a premiação de dois desses meninos com medalhas iguais.
No segundo caso, se as medalhas recebidas pelos 2 meninos premiados são diferentes, há 3 possibilidades para os tipos de medalhas: ouro e prata; ouro e bronze; e prata e bronze. Em cada uma dessas possibilidades, a mais valiosa será recebida por 1 dos 5 meninos e a outra por um dentre os 4 meninos restantes. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, nesse caso, o número de formas diferentes de premiação é $3\times 5\times 4=60$.
Portanto, pelo Princípio Aditivo, o número total de formas diferentes de ocorrer a premiação é $30+60=90$.

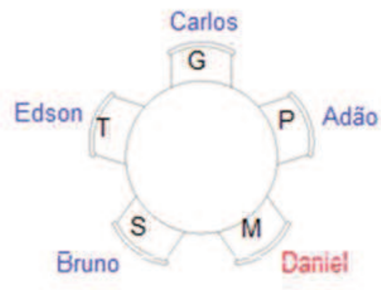
QUESTÃO 19
ALTERNATIVA C
Para obter a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção, Maria deve desenhar as próximas retas em uma disposição de tal modo que, cada nova reta desenhada, intersecte cada circunferência já desenhada em dois pontos, e intersecte cada reta já desenhada em um ponto, todos distintos entre si e dos já desenhados.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a terceira reta pode gerar é 2+2+1+1 = 6 pontos.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quarta reta pode gerar é 2+2+1+1+1 = 7 pontos.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quinta reta pode gerar é 2+2+1+1+1+1 = 8 pontos.
Logo, a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção é 11+6+7+8 = 32 pontos.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA D
O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



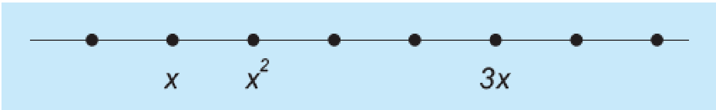


Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.



QUESTÃO 1
ALTERNATIVA D
Como 2,5 = 5 x 0,5, o tempo que o frango deve ficar no forno é 5 x 12 = 60 minutos. Logo, Paula deve colocar o frango no forno às 19 h, mas 15 minutos antes deve acender o forno. Assim, Paula deve acender o forno às 18 horas e 45 minutos.

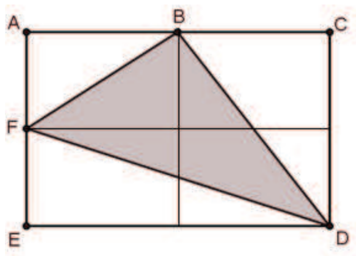
QUESTÃO 2
ALTERNATIVA A
Da figura, tiramos que $3x - x = 4(x^2 - x)$, já que os pontos estão igualmente espaçados.



Logo, $2x = 4x^2 - 4x$. Há duas soluções: $x = 0$ (que não serve) e $x = 3/2$. O valor da distância entre dois pontos consecutivos é, portanto, $(3/2)^2 - (3/2) = 3/4$.

QUESTÃO 3
ALTERNATIVA C
Observe que o último número da linha 1 é 1, da linha 2 é $4 = 2^2$, da linha 3 é $9 = 3^2$ e assim por diante. Os números que finalizam uma linha são sempre quadrados perfeitos. Assim, como os quadrados mais próximos de 2015 são $44^2 = 1936$ e $45^2 = 2025$, o número 2015 foi escrito na linha 45.
Observação: A afirmação “A linha n contém $2n$ -1 termos e termina com o número n^2 ” pode ser facilmente provada usando-se o Princípio de Indução Finita, pois ela é obviamente verdadeira para n=1 e, supondo-a verdadeira para a linha n, a linha n+1 terá $2n-1+2 = 2(n+1) -1$ termos, já que ela contém 2 termos a mais do que a anterior; além disso, o último termo da linha n+1 é $n^2 + (2n-1) + 2 = (n+1)^2$.

QUESTÃO 4
ALTERNATIVA E
Sendo B e F os pontos médios dos lados AC e AE, respectivamente, podemos dividir o retângulo ACDE usando segmentos paralelos aos seus lados com extremos nesses pontos médios para observar que:



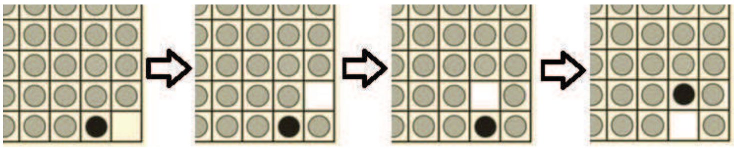
- a área do triângulo ABF é $1/8$ da área do retângulo ABCD, ou seja, igual a 80 cm^2;
- a área do triângulo EDF é $1/4$ da área do retângulo ABCD, ou seja, igual a 160 cm^2;
- a área do triângulo BCD é $1/4$ da área do retângulo ABCD, ou seja, igual a 160 cm^2.

A soma dessas áreas é igual a $1/8 + 1/4 + 1/4 = 5/8$ da área do retângulo, ou ainda, 400 cm^2. Portanto, a área do triângulo BDF é igual a $3/8$ da área do retângulo ACDE, ou seja, é 240 cm^2.

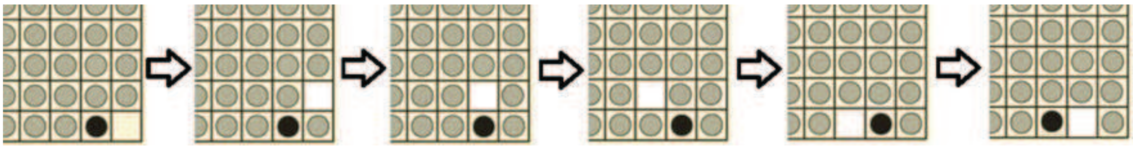
QUESTÃO 5
ALTERNATIVA D
Chamando cada participante pela primeira letra de seu nome, as possibilidades de escolha dos 2 premiados são: AB , AC , AD , AE , BC , BD , BE , CD , CE , DE, ou seja, há 10 possibilidades. As possibilidades de escolha das duas premiações são: Ouro Ouro, Ouro Prata, Ouro Bronze, Prata Ouro, Prata Prata, Prata Bronze, Bronze Ouro, Bronze Prata e Bronze Bronze, ou seja, há 9 possibilidades. Pelo Princípio Multiplicativo, as diferentes formas de premiação são 10 x 9 = 90.
Outra solução Existem dois casos a considerar: ou os dois meninos premiados ganharam medalhas iguais, ou ganharam medalhas diferentes.
Se as medalhas são iguais, há 3 possibilidades para as medalhas, a saber, ou as duas são de ouro, ou as duas são de prata, ou as duas são de bronze. Além disso, dos 5 meninos, apenas 2 receberam medalhas, o que pode ocorrer de $\frac{5\times 4}{2}$ maneiras diferentes (são 5 escolhas para o primeiro e são 4 escolhas para o segundo menino, mas precisamos dividir por 2, para eliminar as repetições, uma vez que para determinar a dupla de premiados, não importa a ordem de escolha dos meninos). Logo, pelo Princípio Multiplicativo, há $3\times\frac{5\times 4}{2}=3\times 10=30$ possibilidades para a premiação de dois desses meninos com medalhas iguais.
No segundo caso, se as medalhas recebidas pelos 2 meninos premiados são diferentes, há 3 possibilidades para os tipos de medalhas: ouro e prata; ouro e bronze; e prata e bronze. Em cada uma dessas possibilidades, a mais valiosa será recebida por 1 dos 5 meninos e a outra por um dentre os 4 meninos restantes. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, nesse caso, o número de formas diferentes de premiação é $3\times 5\times 4=60$.
Portanto, pelo Princípio Aditivo, o número total de formas diferentes de ocorrer a premiação é $30+60=90$.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA E

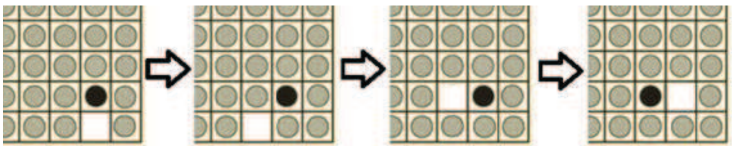
Joãozinho precisa levar a peça preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, indicado pelas setas. Para fazer isso, a peça preta precisa andar para cima e para a esquerda, sem nunca voltar com ela para a direita ou para baixo. Inicialmente, Joãozinho deve andar com a pedra preta para cima, fazendo três movimentos, indicados na figura abaixo:



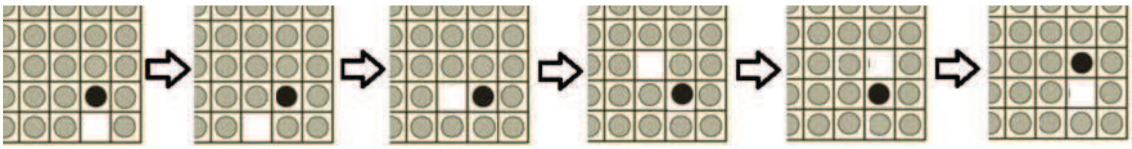
Ele deve andar com a pedra preta para cima, pois a outra possibilidade (andar com a pedra preta para a esquerda) requereria cinco movimentos, veja:



Como ele quer realizar o menor número possível de movimentos, ele opta em movimentar a pedra preta para cima, realizando três movimentos.
Após fazer isto, ele deve andar com a pedra preta para a esquerda, fazendo novos três movimentos.



Se ele optasse por andar com a pedra preta para cima faria cinco movimentos, veja:



Deste modo, sempre optando em realizar o menor número de movimentos, ele escolhe mover a pedra preta para a esquerda, com outros três movimentos.
Assim, para levar a pedra preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, com o menor número de movimentos possível, Joãozinho deve andar com a pedra preta sete casas para cima e seis casas para a direita, alternando esses movimentos e começando para cima, gastando sempre três movimentos cada vez que a pedra preta andar uma casa. Logo, o número mínimo de movimentos necessários é $3 \times 7 + 3 \times 6 = 21 + 18 = 39$.

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA A

Sejam x e y os dois números. Vamos usar as conhecidas identidades do quadrado da soma $(x+y)^2$ e do cubo da soma $(x+y)^3$ para encontrar uma identidade para a soma dos quadrados x^2+y^2:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Do quadrado da soma podemos concluir que

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

e do cubo da soma podemos concluir que

$$3x^2y + 3xy^2 = (x+y)^3 - (x^3+y^3)$$

Evidenciando o produto $3xy$ no lado esquerdo da identidade acima

$$3xy(x+y) = (x+y)^3 - (x^3+y^3)$$

e isolando o produto xy (não há problema em dividir por $x+y$, pois $x+y=3$), temos

$$xy = \frac{(x+y)^3 - (x^3+y^3)}{3(x+y)}$$

Substituindo esse produto na identidade da soma dos quadrados temos

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - \frac{2}{3}\frac{(x+y)^3 - (x^3+y^3)}{(x+y)}$$

Agora, como $x+y=3$ e $x^3+y^3=25$, segue que

$x^2+y^2 = (3)^2 - \frac{2}{3}\frac{(3)^3-(25)}{(3)} = 9 - \frac{2}{3}\frac{27-25}{3} = 9 - \frac{2}{3}\frac{2}{3} = 9 - \frac{4}{9} = \frac{81-4}{9} = \frac{77}{9}$.

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA B

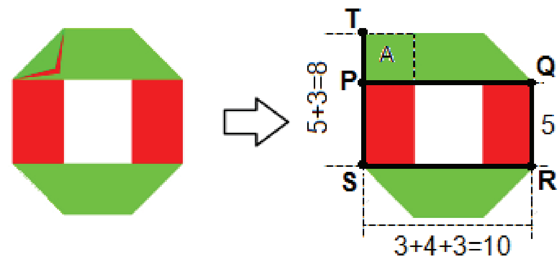
Marcelo saiu de casa às 15h. Ele caminhou durante *x* minutos, até perceber que esqueceu a carteira. Para voltar a sua casa, correndo, ele levou metade desse tempo, igual a *x*/2 minutos. Ele permaneceu em casa 3 minutos procurando a carteira e saiu correndo até chegar à estação. Chegou à estação às 15h30min e gastou 12 minutos nesta última corrida. Logo,

$$x + \frac{x}{2} + 3 + 12 = 30 \Leftrightarrow \frac{3x}{2} = 15 \Leftrightarrow x = 10.$$

Portanto, Marcelo lembrou-se da carteira às 15h10min.

QUESTÃO 9
ALTERNATIVA D

A figura ao lado mostra como fica a tira se desfizermos a última dobra realizada por Júlia. Observemos que a fita está com uma sobreposição na região quadrada indicada pela letra A. Para medir o comprimento da tira, vamos medir os segmentos indicados na figura, pelas letras P, Q, R, S e T, que compõem a borda da tira, destacada pela linha preta mais grossa. Para isso, indicaremos o comprimento de um segmento, em centímetros, escrevendo seus pontos extremos. Por exemplo, escreveremos PQ para representar o comprimento do segmento que une os pontos P e Q. Temos:



PQ = 3+4+3 = 10 QR = 5 RS = 3+4+3 = 10 ST = 5+3 = 8

Portanto, o comprimento da tira é igual a 10 + 5 + 10 + 8 = 33 cm.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA C
Para obter a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção, Joãozinho deve desenhar as próximas retas em uma disposição de tal modo que, cada nova reta desenhada, intersecte cada circunferência já desenhada em dois pontos, e intersecte cada reta já desenhada em um ponto, todos distintos entre si e dos já desenhados.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a terceira reta pode gerar é 2+2+1+1 = 6 pontos.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quarta reta pode gerar é 2+2+1+1+1 = 7 pontos.
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quinta reta pode gerar é 2+2+1+1+1+1 = 8 pontos.
Logo, a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção é 11+6+7+8 = 32 pontos.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA B
Para simplificar nossa escrita, vamos escrever $\mathrm{u_n}$ para representar o algarismo das unidades do número $\mathrm{a_n}$; assim, precisamos determinar $\mathrm{u_{2015}}$. Observemos os três primeiros termos da sequência:

$$\mathrm{a_1} = 3,\ \mathrm{a_2} = 3 + 3^2 = 3 + 9 = 12 \text{ e } \mathrm{a_3} = 12 + (12)^2 = 12 + 144 = 156.$$

Agora, é claro que $\mathrm{u_2} = 2$ e $\mathrm{u_3} = 6$. Por outro lado, poderíamos determinar $\mathrm{u_3}$ sem calcular o valor de $\mathrm{a_3}$. De fato, $\mathrm{a_3}$ é a soma de duas parcelas cujos algarismos das unidades são 2 e 4, respectivamente. Logo, $\mathrm{u_3} = 2 + 4 = 6$.
Aplicando essa mesma ideia para $\mathrm{a_4} = 156 + (156)^2$, vemos que $\mathrm{u_4}$ é a soma de duas parcelas cujos algarismos das unidades são, ambos, iguais a 6. Portanto, $\mathrm{u_4} = 2$.
Novamente aplicando este raciocínio, concluímos que $\mathrm{u_5} = 6$, pois é a soma de duas parcelas cujos algarismos das unidades são iguais a 2 e 4, respectivamente.
Assim, aplicando este argumento sucessivamente, a partir do segundo número da sequência, concluímos que os algarismos das unidades dos números da sequência, determinam uma nova sequência que é formada, alternadamente, apenas pelos números 2 e 6. Mais precisamente, $\mathrm{u_n} = 2$, sempre que o índice *n* for par, e $\mathrm{u_n} = 6$, sempre que o índice *n* for ímpar. Consequentemente, $\mathrm{u_{2015}} = 6$.

QUESTÃO 12
ALTERNATIVA B
Na roleta das centenas, a probabilidade de a seta parar no setor marcado com o número 3 é de 1/2, e a probabilidade de a seta parar no setor marcado com os números 1 ou 2 é de 1/4 para cada um deles. Na roleta das dezenas, a probabilidade de a seta parar num dos setores marcados com os números 1, 3, 4, 5 e 8 é de 1/5 para cada um deles. O número determinado pelas setas, depois de giradas, é maior que 260 quando acontece alguma das situações seguintes:

- A seta da roleta das centenas para no setor marcado com 3, o que acontece com probabilidade 1/2. Não importa o que ocorre nas casas das dezenas e das unidades.
- A seta da roleta das centenas para no setor marcado com 2 e a seta do setor das dezenas para no setor marcado com 8, o que acontece com probabilidade (1/4) x (1/5). Não importa o que ocorre na casa das unidades.

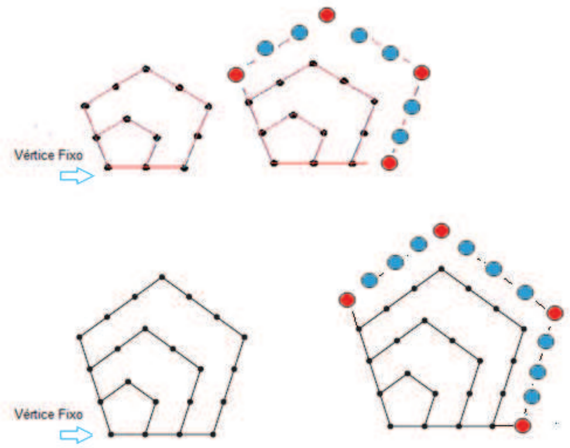
Assim, a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260 é

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{20}$$

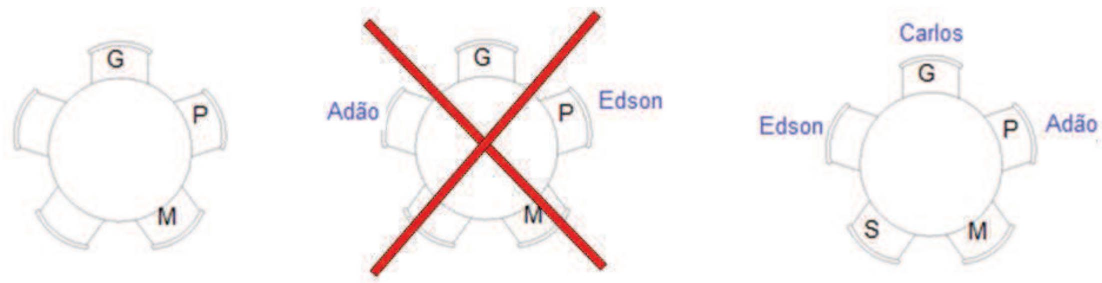
o que representa uma porcentagem de 50% + 5% = 55% de probabilidade.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA A
O lado do quadrado cuja área é 1 tem comprimento 1. Para calcular a área da região S compreendida entre os quadrados *ABCD* e *APQR*, no primeiro caso, em que o ponto P está no segmento $\overline{AB}$, temos que a distância x varia entre 0 e 1 e a expressão para a área é $S(x) = 1 - x^2$, cujo gráfico é um arco de parábola com concavidade para baixo.
No segundo caso, quando o ponto B está no segmento $\overline{BP}$, temos que a distância x é maior do que 1 e $S(x) = x^2 - 1$, cujo gráfico é um arco de parábola com concavidade para cima.
O gráfico que melhor representa a variação de S em função de x, ou seja, o gráfico da função $S(x) = \begin{cases} 1 - x^2, 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, x > 1 \end{cases}$ é o da alternativa A.

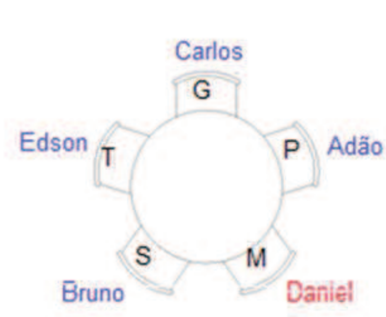
QUESTÃO 14
ALTERNATIVA C
Os números de pontos de cada figura formam uma sequência chamada de *números pentagonais*. Observe que, a partir da figura n, $n \geq 1$, a figura $n+1$ é obtida acrescentando-se à figura anterior 4 novos pontos (vermelhos) que serão os vértices e n novos pontos (azuis) em cada um dos três lados opostos ao vértice fixo, totalizando $4+3n$ novos pontos.
Assim, se a vigésima figura possui 651 pontos a vigésima primeira terá 651 + 3 x 20 + 4 = 715 pontos.



QUESTÃO 15
ALTERNATIVA D
O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.



QUESTÃO 16
ALTERNATIVA D

Considerando cada par de irmãos, o mais velho retira duas moedas do pote pelo irmão mais novo, enquanto o mais novo coloca uma moeda no pote pelo mais velho. Logo, para cada par de irmãos, uma moeda é retirada do pote. Se forem *n* os filhos de João, há $\frac{n(n-1)}{2}$ pares de irmãos e, portanto, este é o número total de moedas retiradas do pote no processo. Logo, temos $\frac{n(n-1)}{2} = 100 - 22 = 78$. Daí resulta $n^2 - n - 156 = 0$. Resolvendo a equação do segundo grau, obtemos $n = 13$ ou $n = -12$. Logo, João tem 13 filhos.

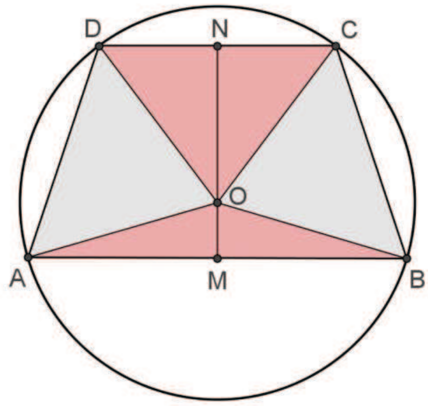
<u>Outra solução</u>: Na tabela, numeramos os irmãos de 1 a n, com idades crescentes:

	irmão 1	irmão 2	3	...	irmão n-2	irmão n-1	irmão n
moedas que coloca	n-1	n-2	n-3		2	1	0
moedas que tira	2x0	2x1	2x2		2x(n-3)	2x(n-2)	2x(n-1)

A segunda linha é o dobro da primeira, portanto o que sobra de moedas é igual à soma 1 + 2 + ...+ *n* - 1 = $\frac{n(n-1)}{2}$ e, portanto, temos $\frac{n(n-1)}{2} = 100 - 22 = 78$. Daí resulta $n^2 - n - 156 = 0$. Resolvendo, como antes, obtemos $n = 13$ ou $n = -12$. Logo, João tem 13 filhos.

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA B

Seja *O* o centro da circunferência, *OM* a altura do triângulo *OAB* relativa à base *AB* e *ON* a altura do triângulo *OCD* relativa à base *CD*.



Como *AB* é paralelo à *CD*, segue que os pontos *M*, *O* e *N* estão alinhados e que *MN* é a altura do trapézio.

Vamos denotar $OA = OB = OC = OD = r$, $OM = x$ e $ON = y$. A altura do trapézio é, assim, igual a $x + y = 9$ cm. Como o triângulo *OAB* é isósceles com base *AB* = 16 cm, segue, pelo Teorema de Pitágoras, que

$$r^2 = 8^2 + x^2$$

De forma análoga, como o triângulo *OCD* é isósceles com base *CD* = 10 cm, segue, pelo Teorema de Pitágoras, que

$$r^2 = 5^2 + y^2$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, e usando que $y^2 - x^2 = (y + x)(y - x)$, temos

$$(y + x)(y - x) = 8^2 - 5^2 = 39$$

Embora o desenho indique que o centro da circunferência esteja dentro do trapézio, este fato pode ser confirmado pois se centro da circunferência estivesse no exterior ao trapézio, teríamos as seguintes equações:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ y + x = \frac{39}{9} = \frac{13}{3} \end{cases}$$

que resultariam em $x = \frac{20}{3}$ e $y = -\frac{7}{3}$, o que é impossível já que $y > 0$. Assim, o centro da circunferência é interior ao trapézio e temos as seguintes equações:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ y - x = \frac{39}{9} = \frac{13}{3} \end{cases}$$

que resultam em $x = \frac{7}{3}$ e $y = \frac{20}{3}$.

Pelo Teorema de Pitágoras, segue que

$$r^2 = 8^2 + \left(\frac{7}{3}\right)^2 = 64 + \frac{49}{9} = \frac{576 + 49}{9} = \frac{625}{9}$$

e, portanto,

$$r = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3}$$

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA C
Os dados do problema estão organizados na tabela abaixo:

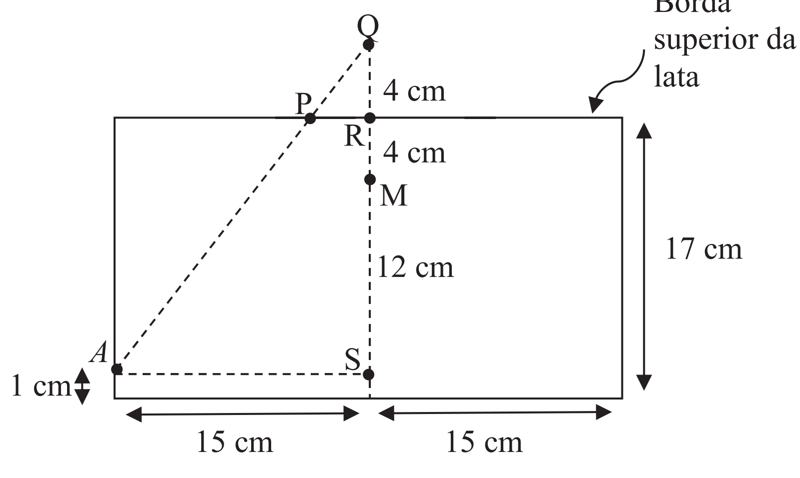
Pessoa	Quantidade de livros que comprou	Preço por cada livro	Quanto a pessoa gastou
Amiga 1	a_1	a_1	a_1^2
Amiga 2	a_2	a_2	a_2^2
Amiga 3	a_3	a_3	a_3^2
Namorado da amiga 1	n_1	n_1	$n_1^2 = a_1^2 - 32$
Namorado da amiga 2	n_2	n_2	$n_2^2 = a_2^2 - 32$
Namorado da amiga 3	n_3	n_3	$n_3^2 = a_3^2 - 32$

Como $n_i^2 = a_i^2 - 32$, i = 1, 2, 3, então $(a_i - n_i).(a_i + n_i) = 32 = 2^5$. Cada uma das parcelas do membro direito da última igualdade é um número inteiro positivo e, portanto, há apenas duas soluções ($a_i = 9$, $n_i = 7$) e ($a_i = 6$, $n_i = 2$), devido à decomposição única em fatores primos. Na primeira solução, a mulher comprou dois livros a mais do que o seu namorado e na segunda ela comprou 4 livros a mais do que o namorado. Como as mulheres compraram oito livros a mais do que os homens, só resta a possibilidade de um casal ter comprado 6 + 2 = 8 livros e os outros dois casais terem comprado, cada um deles 9 + 7 = 16 livros. Deste modo a quantidade total de livros comprada foi 8 + 16 + 16 = 40.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA C
Existem vários subconjuntos que satisfazem às condições do enunciado; todos eles com 11 elementos. Por exemplo: B1 = $\{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}\}$, B2 = $\{1, 3, 2.3, 2^2.3, 2^3.3, 2^4.3, 2^5.3, 2^6.3, 2^7.3, 2^8.3, 2^9.3\}$ e B3 = $\{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^9.3\}$. A solução anteriormente divulgada está incorreta; ela contempla apenas o primeiro exemplo.

Não é possível construir um subconjunto de A nas condições descritas no enunciado, contendo 12 ou mais elementos. De fato, suponhamos que isto fosse possível, e seja B um subconjunto de A, com $k \geq 12$ elementos. Seja n o maior elemento de B. Então, n deve ser múltiplo dos demais elementos de B. Logo n deve possuir k divisores positivos (ele próprio e os demais k-1 elementos do conjunto). O menor número n que possui k divisores positivos é 2^{k-1}. Entretanto, $2^{k-1} \geq 2^{11} = 2048 > 2015$, pois $k \geq 12$. Logo, n > 2015 e, portanto, n não pode pertencer a B, já que B é subconjunto de A. Esta contradição surge da suposição de que B tem mais do que 11 elementos. Assim, os subconjuntos de A com a maior quantidade possível de elementos, que satisfazem as condições do enunciado, possuem 11 elementos.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA E
Fazendo uma planificação da lateral do cilindro (abrindo-o sem distorções), cortando-o pela geratriz que passa pela aranha, teremos a seguinte situação:



O caminho de menor distância que a aranha deve seguir para capturar a mosca é o segmento *AQ*, sendo *Q* o refletido de *M* com relação à reta que corresponde à borda superior da lata. O problema pede que encontremos a distância ente os pontos *P* e *M*, pois esta é a distância percorrida pela aranha na superfície interna da lata. Como a distância de *P* a *M* é igual à distância de *P* a *Q*, pela semelhança dos triângulos *AQS* e *PQR*, vemos que *PR* = 3 cm (*PR*/15 = 4/20). Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, vemos que a distância de *P* até *Q* é 5 cm.